I numeri relativi

Definizioni

Rappresentazione

Operazioni

Espressioni

Esercizi

Materia: Matematica

Definizioni

I numeri relativi sono i numeri preceduti dal simbolo + (positivi) o dal simbolo – (negativi)

I numeri interi positivi, lo zero e quelli interi negativi costituiscono l'insieme degli interi relativi Z

I numeri razionali positivi, lo zero e quelli razionali negativi costituiscono l'insieme dei razionali relativi Q

Si dice valore assoluto, o modulo, di un numero relativo il numero stesso senza il segno e lo si indica racchiudendolo tra due sbarrette: $|-5| = 5 \quad ; \quad |+7| = 7$

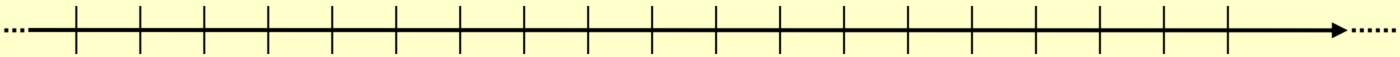
Due numeri relativi con lo stesso segno sono detti <u>concordi</u>: $+3 \quad +7$

Due numeri relativi con segno diverso sono detti <u>discordi</u>: $+3 \quad -7$

Due numeri relativi con segno diverso e valore assoluto uguale sono detti <u>opposti</u>: $+3 \quad -3$

Rappresentazione

I numeri relativi si possono rappresentare su una retta orientata



-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 **0** +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9

Essendo il verso da sinistra a destra se ne deduce che:

a) Un numero positivo è sempre maggiore di un numero negativo: $+5 > -7$

b) Un numero positivo è maggiore di un altro numero positivo se è maggiore il suo valore assoluto: $+5 > +3$

c) Un numero negativo è maggiore di un altro numero negativo se è minore il suo valore assoluto: $-5 > -7$

d) Lo zero è maggiore di tutti i numeri negativi e minore di tutti quelli positivi: $0 > -3$ **e** $0 < +5$

Operazioni

<u>Somma algebrica di numeri relativi</u>:

Sotto il nome di somma algebrica si comprendono sia l’operazione di addizione che quella di sottrazione di numeri relativi (in questo caso il segno davanti al numero non è il simbolo della operazione, ma il segno del numero stesso).

Avremo due casi:

- somma di numeri concordi = somma dei valori assoluti e segno concorde a quelli dati: $+6+3=+9 \qquad -6-3=-9$

- somma di numeri discordi = differenza dei valori assoluti e segno del numero maggiore in valore assoluto: $+6-3=+3 \qquad -6+3=-3$

Se i numeri relativi sono tra parentesi, questa si deve eliminare conservando il segno del risultato se davanti c’è il segno + e cambiandolo se davanti c’è il segno – (in questi casi si parlerà di addizione o sottrazione di numeri relativi).

<u>ESEMPIO</u>: $(3-5-4+2)+(-1+12+4-8)-(4-2-11+6)=(-4)+(+7)-(-3)=-4+7+3=+6$

oppure $(3-5-4+2)+(-1+12+4-8)-(4-2-11+6)=$

$3-5-4-+2-1+12+4-8-4+2+11-6=+34-28=+6$

Prodotto di due numeri relativi:

Avremo due casi:

- prodotto di numeri concordi = prodotto dei valori assoluti e segno sempre positivo: $(+6)\cdot(+3)=+18$ $\quad$ $(-6)\cdot(-3)=+18$

- prodotto di numeri discordi = prodotto dei valori assoluti e segno sempre negativo: $(+6)\cdot(-3)=-18$ $\quad$ $(-6)\cdot(+3)=-18$

ESEMPIO: $(-3)\cdot(-5)+(+2)\cdot(-4)-(+1)\cdot(+8)=+15+(-8)-(+8)=+15-8-8=-1$

Quoziente di due numeri relativi:

Avremo due casi:

- quoziente di numeri concordi = quoziente dei valori assoluti e segno sempre positivo: $(+6):(+3)=+2$ $\quad$ $(-6):(-3)=+2$

- quoziente di numeri discordi = quoziente dei valori assoluti e segno sempre negativo: $(+6):(-3)=-2$ $\quad$ $(-6):(+3)=-2$

ESEMPI: $(+15):(-5)=-3$ $\quad$ $(-9):(-4)=+\frac{9}{4}$ $\quad$ $\left(-\frac{3}{4}\right):\left(+\frac{9}{10}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(+\frac{10}{9}\right)=-\frac{5}{6}$

Elevamento a potenza di numeri relativi:

Avremo due casi:

- potenza con esponente pari ha risultato sempre positivo:

$$(+5)^2 = +25 \qquad (-5)^2 = +25$$

- potenza con esponente dispari ha risultato che conserva il segno:

$$(+5)^3 = +125 \qquad (-5)^3 = -125$$

ESEMPIO: $(-3)^2 + (-2)^3 + (+5)^2 + (+3)^3 = +9 - 8 + 25 + 27 = +53$

Se un numero è elevato ad un esponente negativo la sua potenza è uguale all'inverso del numero elevato allo stesso esponente questa volta positivo.

ESEMPI: $(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ $\qquad \left(+\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(+\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$

Espressioni

Nelle espressioni con i numeri relativi valgono tutte le regole applicate alle altre espressioni e cioè:

a) In una espressione senza parentesi:

1°) si calcolano le potenze;

2°) si eseguono le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui si trovano;

3°) si eseguono le addizioni e le sottrazioni nell'ordine in cui si trovano.

b) In una espressione con le parentesi $\{[(\ )]\}$, si eseguono prima le operazioni dentro le parentesi più interne (prima quelle interne alle parentesi tonde, poi le interne alle quadre, e infine le interne alle graffe), rispettando in esse le regole del punto precedente.

c) Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare.

Inoltre potremo aggiungere che:

a) **Nel caso si incontrino, nell'operazione di somma algebrica, due numeri opposti si possono semplificare (eliminare entrambi).**

b) **Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare conservando il segno del risultato se davanti ad essa c'è il segno + e cambiandolo se davanti c'è il segno –.**

c) **La regola precedente vale anche, per ogni addendo, nel caso in cui all'interno della parentesi ci sia solo una somma algebrica:**

ESEMPIO: $5-(+2-7+4)+(-3+5)=5-2+7-4-3+5=+8$

Esercizi

1) $+5-7-2+6-3=$ $\quad [-1]$

2) $\left(\frac{8}{3}-\frac{5}{6}-2\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}-1\right)=$ $\quad \left[-\frac{17}{12}\right]$

3) $\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(+\frac{8}{3}\right)\cdot\left(-\frac{9}{10}\right)=$ $\quad [+2]$

4) $\left(-\frac{10}{9}\right):\left(\frac{16}{27}\right):\left(+\frac{6}{4}\right)=$ $\quad \left[-\frac{5}{4}\right]$

5) $\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{3}{5}\right)\right]:\left[\frac{3}{8}+\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]=$ $\quad \left[+\frac{4}{5}\right]$

6) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(-\frac{3^2}{2}\right):\left(-\frac{6}{5}\right)^2=$ $\quad \left[+\frac{25}{27}\right]$

7) $\left(+\frac{5}{3}\right)^3-\left(+\frac{3}{7}\right)^{-2}=$ $\quad \left[-\frac{22}{27}\right]$

8) $\left\{\left[\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)^2+\frac{1}{2}\right]:\left(-\frac{17}{27}\right)+\frac{3}{4}\right\}^2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^3=$ $\quad \left[-\frac{1}{54}\right]$

9) $\left\{\left[-3+\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]:\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{9}{32}\right\}:\left\{-\frac{3}{4}-2\cdot\left[-\frac{4}{5}+\frac{1}{10}:\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\right\}+\left[\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{3}{2}-4\right]:\left[-\frac{6}{5}:\left(-\frac{6}{5}+1\right)+23\right]=$ $\quad [+3]$