

# Indice

## 2 **Unità di apprendimento 1**

### **I NUMERI NATURALI E I NUMERI DECIMALI**

---

#### 3 **Attività per iniziare**

#### **verso le competenze fondamentali**

#### 4 **1 Il sistema di numerazione decimale**

#### 7 **2 I numeri naturali**

#### 8 **3 I numeri decimali**

#### 11 **4 Rappresentazione geometrica dei numeri** Il ruolo dello zero, 13

#### 14 **5 Rappresentazione polinomiale dei numeri**

#### 15 **Che cosa hai studiato**

#### 16 **Ricorda**

#### **esercizi di consolidamento**

#### 17 **1 Il sistema di numerazione decimale**

#### 20 **2 I numeri naturali**

#### 25 **3 I numeri decimali**

#### 28 **4 Rappresentazione geometrica dei numeri**

#### 31 **5 Rappresentazione polinomiale dei numeri**

#### 32 **Fai il tuo bilancio**

#### 35 **Attività di recupero**

#### 37 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. I numeri romani, 37 – 2. I diversi aspetti del numero naturale, 38.

**Problemi applicativi,** 41. **In collegamento con...** **Geografia,** 43. **Uso di strumenti:**

1. La calcolatrice, 43 – 2. Un foglio elettronico: Excel, 45 – 3. Costruire successioni di numeri con Excel, 50.

52 **Unità di apprendimento 2**

## **LE OPERAZIONI ARITMETICHE**

53 **Attività per iniziare  
verso le competenze fondamentali**

54 **1 L'addizione**

Proprietà dell'addizione, 55

L'addizione in pratica, 56

57 **2 La sottrazione**

Proprietà della sottrazione, 59

La sottrazione in pratica, 59

60 **3 Espressioni aritmetiche con addizioni e sottrazioni**

61 **4 Avvio alla soluzione dei problemi**

63 **5 La moltiplicazione**

Proprietà della moltiplicazione, 64

La tecnica della moltiplicazione tra due numeri naturali, 66

La tecnica della moltiplicazione con i numeri decimali, 68

68 **6 Espressioni e problemi con addizioni, sottrazioni e moltiplicazioni**

70 **7 La divisione**

Proprietà della divisione, 72

La tecnica della divisione tra due numeri naturali, 73

La tecnica della divisione con i numeri decimali, 74

Quozienti approssimati, 75

78 **8 Il ruolo di 0 nelle quattro operazioni**

79 **9 Il ruolo di 1 nella moltiplicazione e nella divisione**

79 **10 Espressioni aritmetiche con le quattro operazioni**

Diagrammi ad albero, 80

81 **11 Problemi con le quattro operazioni**

82 **Che cosa hai studiato**

83 **Ricorda**

### **esercizi di consolidamento**

84 **1 L'addizione**

93 **2 La sottrazione**

100 **3 Espressioni aritmetiche con addizioni e sottrazioni**

102 **4 Problemi**

104 **5 La moltiplicazione**

112 **6 Espressioni e problemi con addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni**

115 **7 La divisione**

126 **8 Espressioni aritmetiche con le quattro operazioni**

132 **9 Problemi di riepilogo con le quattro operazioni**

135 **Fai il tuo bilancio**

138 **Attività di recupero**

## 140 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. Giustificazione della proprietà commutativa nell'addizione e nella moltiplicazione, 140 – 2. Giustificazione della tecnica della moltiplicazione tra due numeri naturali, 142 – 3. Giustificazione della tecnica della divisione tra due numeri naturali, 144 – 4. I problemi, come capirli e come affrontarli, 145 – 5. Casi particolari di problemi, 147. **Problemi applicativi:** 1. L'applicazione del metodo risolutivo di un problema mediante l'uso di tabelle, 148 – 2. Situazioni che danno origine a problemi, 150 – 3. Problemi più impegnativi, 152. **Uso di strumenti:** 1. L'uso della memoria nella calcolatrice, 154 – 2. Calcolare con Excel, 155.

## 160 **Unità di apprendimento 3**

# **INDAGINI STATISTICHE E RAPPRESENTAZIONE DEI DATI**

### 161 **Attività per iniziare**

## **verso le competenze fondamentali**

### 162 **1 L'indagine statistica**

Scelta della popolazione, 162  
Determinazione dei caratteri dei dati, 163  
La raccolta delle informazioni, 164  
L'elaborazione delle informazioni, 165

### 166 **2 Rappresentazioni grafiche**

Gli ideogrammi, 166  
I cartogrammi, 167  
Gli ortogrammi, 169  
Gli istogrammi, 170

### 172 **3 Analisi della distribuzione dei dati**

La moda, 172  
La media aritmetica, 173  
La mediana, 174

### 176 **Che cosa hai studiato**

### 177 **Ricorda**

## **esercizi di consolidamento**

### 178 **1 L'indagine statistica**

### 183 **2 Rappresentazioni grafiche**

### 189 **3 Analisi della distribuzione dei dati**

### 194 **Fai il tuo bilancio**

## 197 **Attività di recupero**

## 199 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. Herman Hollerith e il censimento americano del 1890, 199. **Progetti di ricerca**, 200. **In collegamento con...** **Storia**, 201. **Uso di strumenti:** 1. Rappresentazioni grafiche con Excel, 201 – 2. Excel e le funzioni statistiche, 203.

208 **Unità di apprendimento 4**

## **LE POTENZE DI UN NUMERO NATURALE**

209 **Attività per iniziare  
verso le competenze fondamentali**

210 **1 L'elevamento a potenza**

Quadrati e cubi dei numeri naturali, 211

Tabella delle potenze, 212

Le potenze dei numeri decimali, 213

213 **2 Espressioni con le potenze**

214 **3 Le proprietà delle potenze**

Prodotto di potenze con la stessa base, 214

Quoziente di potenze con la stessa base, 214

Potenza di potenza, 215

Prodotto di potenze con lo stesso esponente, 215

Quoziente di potenze con lo stesso esponente, 216

217 **4 Le potenze di 10 e il loro uso**

La struttura polinomiale di un numero, 218

Numeri molto grandi, 218

220 **Che cosa hai studiato**

221 **Ricorda**

### **esercizi di consolidamento**

222 **1 L'elevamento a potenza**

227 **2 Espressioni con le potenze**

228 **3 Le proprietà delle potenze**

233 **4 Le potenze di 10 e il loro uso**

235 **Fai il tuo bilancio**

238 **Attività di recupero**

240 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. Numeri quadrati, 240 – 2. Cenno sul concetto di logaritmo, 244 – 3. L'ordine di grandezza di un numero, 245 – 4. Valori approssimati, 246. **Problemi applicativi:** 1. Situazioni problematiche con indovinelli e storie, 248. **Uso di strumenti:** 1. L'elevamento a potenza con la calcolatrice, 251 – 2. La tabella delle potenze con Excel, 252 – 3. Excel e la notazione esponenziale, 254.

## **MULTIPLI E DIVISORI DI UN NUMERO**

257 **Attività per iniziare**

### **verso le competenze fondamentali**

258 **1 Multipli e divisori di un numero**

La relazione di divisibilità, 258

I multipli di un numero, 260

I divisori o sottomultipli di un numero, 261

Alcune proprietà dei multipli di un numero, 263

Alcune proprietà dei divisori di un numero, 263

264 **2 Criteri di divisibilità di un numero**

Criterio di divisibilità di un numero per 2, 264

Criterio di divisibilità di un numero per 3, 265

Criterio di divisibilità di un numero per 4, 265

Criterio di divisibilità di un numero per 5, 266

Criterio di divisibilità di un numero per 9, 266

Criterio di divisibilità di un numero per 10, 100, 1000..., 266

Criterio di divisibilità di un numero per 11, 266

Criterio di divisibilità di un numero per 25, 267

268 **3 I numeri primi**

Numeri primi e numeri composti, 268

La ricerca dei numeri primi: il crivello di Eratostene, 268

270 **4 La scomposizione di un numero in fattori primi**

Scomporre un numero in fattori primi, 270

Divisibilità di un numero per un altro numero, 272

Ricerca del quoziente di due numeri divisibili tra loro, 273

Ricerca dei divisori di un numero, 273

275 **5 Massimo comun divisore. Numeri primi tra loro**

Massimo comun divisore di due o più numeri, 275

Metodi per trovare il MCD di due numeri, 276

Numeri primi tra loro, 277

Metodi per trovare il MCD di tre o più numeri, 277

280 **6 Minimo comune multiplo**

Minimo comune multiplo di due o più numeri, 280

Metodi per trovare il mcm di due numeri, 281

Metodi per trovare il mcm di tre o più numeri, 282

284 **Che cosa hai studiato**

285 **Ricorda**

### **esercizi di consolidamento**

286 **1 Multipli e divisori di un numero**

289 **2 Criteri di divisibilità di un numero**

296 **3 I numeri primi**

298 **4 La scomposizione di un numero in fattori primi**

301 **5 Massimo comun divisore. Numeri primi tra loro**

305 **6 Minimo comune multiplo**

312 **Fai il tuo bilancio**

315 **Attività di recupero**

317 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. Aritmetiche finite e prova del nove, 317 – 2. I quadrati magici, 321. **Uso di strumenti:** 1. Excel e la funzione RESTO, 324.

326 **Unità di apprendimento 6**

## **I NUMERI RAZIONALI: FRAZIONI**

327 **Attività per iniziare**

**verso le competenze fondamentali**

328 **1 Frazioni e unità frazionarie**

La frazione come operatore, 329

La frazione come divisione indicata, 330

332 **2 Frazioni proprie, apparenti, improprie**

Frazioni proprie, 332

Frazioni apparenti, 332

Frazioni improprie, 333

334 **3 Frazioni equivalenti e proprietà invariante delle frazioni**

Proprietà invariante, 335

Semplificazione di una frazione: frazioni riducibili e frazioni irriducibili, 336

339 **4 L'ordinamento delle frazioni**

Frazioni con lo stesso denominatore, 339

Frazioni con lo stesso numeratore, 340

Frazioni con numeratore e denominatore diversi, 340

342 **5 Le operazioni con le frazioni**

Addizione, 342

Sottrazione, 344

Frazioni complementari, 345

Moltiplicazione, 345

Frazione reciproca o inversa di una frazione data, 346

Divisione, 346

Frazioni a termini frazionari, 347

Elevamento a potenza, 348

349 **6 Espressioni con le frazioni**

350 **7 Problemi con le frazioni**

Problema diretto: dato un numero o una grandezza, calcolarne una frazione, 350

Problema inverso: calcolare un numero o una grandezza, conoscendone una frazione, 351

Trovare due numeri conoscendo la loro somma e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro, 353

Trovare due numeri conoscendo la loro differenza e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro, 355

357 **Che cosa hai studiato**

358 **Ricorda**

## **esercizi di consolidamento**

360 **1 Frazioni e unità frazionarie**

368 **2 Frazioni proprie, apparenti e improprie**

373 **3 Frazioni equivalenti e proprietà invariante delle frazioni**

378 **4 L'ordinamento delle frazioni**

384 **5 Le operazioni con le frazioni**

403 **6 Esercizi di riepilogo sulle espressioni con frazioni**

409 **7 Problemi con le frazioni**

421 **Fai il tuo bilancio**

424 **Attività di recupero**

427 **Laboratorio per lo sviluppo delle competenze**

**Approfondimenti:** 1. Giustificazione della tecnica della moltiplicazione tra due frazioni, 427 – 2. Le frazioni decimali, 428 – 3. Le potenze negative di 10, 429 – 4. La struttura polinomiale dei numeri decimali, 430 – 5. I numeri molto piccoli e la loro notazione scientifica, 431 – 6. L'ordine di grandezza dei numeri decimali, 432 – 7. Le percentuali, 433. **Problemi applicativi:** 1. Problemi di strategia, 434. **Uso di strumenti:** 1. Excel e le frazioni, 436.

438 **Soluzioni**

441 **Tavole numeriche**

1

2

3

4

5

6

7

8

9

# I NUMERI RAZIONALI: FRAZIONI

## CONOSCENZE

- La frazione come rapporto e come quoziente
- I numeri razionali
- Confronto tra numeri razionali
- Operazioni tra numeri razionali

## ABILITÀ

- Riconoscere frazioni equivalenti
- Confrontare numeri razionali e rappresentarli sulla retta numerica
- Eseguire operazioni con i numeri razionali in forma di frazioni
- Eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi

## COMPETENZE

- Esprimere i concetti di unità frazionaria, di frazione come rapporto, di frazione come quoziente, discutendone alcuni esempi
- Riconoscere frazioni proprie, improprie, apparenti e frazioni equivalenti, sapendo ridurre queste ultime ai minimi termini
- Ordinare le frazioni aventi lo stesso denominatore e denominatore diverso
- Addizionare, sottrarre, moltiplicare e dividere frazioni tra loro
- Risolvere, adottando opportune strategie risolutive, problemi con le frazioni

## PREREQUISITI

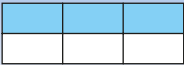





- I numeri naturali e decimali
- Le operazioni con i numeri naturali e decimali
- Le grandezze e la loro misura
- Operazioni con le grandezze





## Attività per iniziare

Per ciascuna questione una sola risposta è esatta. Indica quale.

Qual è il disegno sul quale ho colorato $\frac{2}{3}$ ?	A 	B 	C 
Quale frazione di ora rappresentano 30 minuti?	A $\frac{1}{30}$	B $\frac{1}{2}$	C $\frac{1}{60}$
In quale disegno ho colorato $\frac{3}{4}$ ?	A 	B 	C 
Come si scrive un mezzo come frazione?	A $\frac{1}{15}$	B $\frac{1}{20}$	C $\frac{1}{2}$
Come si scrive a parole la frazione $\frac{2}{10}$ ?	A 2 volte 10	B 2 decimi	C 10 volte 2

Le **frazioni** indicano il **rapporto tra due numeri interi**. Per esempio “prendi  $\frac{2}{3}$  di questa tavoletta di cioccolato” significa che ne puoi prendere due parti su tre. Perché poi le cose siano oneste, le parti nelle quali dividi l'intera tavoletta devono essere uguali tra loro.

In latino l'espressione *ratio* ha tra i suoi significati anche quelli di *rapporto* e di *quoziente*. Per questo i numeri indicati sotto forma di frazione vengono comunemente chiamati in matematica **numeri razionali**.



**Vedremo in questa UA come i numeri razionali possano essere espressi sia sotto forma di frazioni, sia sotto forma di numeri decimali.**

# 1 Frazioni e unità frazionarie

La parola *frazione* deriva dal latino *frangere* cioè "spezzare". L'uso comune della parola "frazione" al singolare, o di "frazioni" al plurale, si riferisce appunto alla considerazione di una parte o di più parti di un tutto. Per esempio:

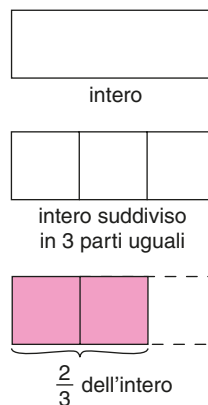
- solo una *frazione* dell'intero esercito riuscì a salvarsi;
- per alcune *frazioni* di secondo ho temuto il peggio;
- nello scontro solo una *frazione* minima dell'intero carico di bottiglie di vino riuscì a rimanere indenne.

In matematica l'uso del termine è analogo a quello comune, ma più tecnico e preciso.

Per esempio, dato un intero, se lo suddividiamo in 3 parti uguali tra loro e di queste ne prendiamo 2, diciamo che  $\frac{2}{3}$  è la frazione dell'intero.

Le parti in cui viene diviso l'intero sono *tutte uguali* e il loro numero serve per *denominare* le frazioni così ottenute (mezzi, terzi, quarti, quinti ecc.). Questo numero si chiama per tale ragione **denominatore**, perché denomina una famiglia di frazioni, e viene scritto *sotto* una lineetta orizzontale. Il numero delle parti che si considerano viene invece scritto *sopra* la lineetta orizzontale e prende il nome di **numeratore**.

Numeratore e denominatore sono anche detti **termini** della frazione.



**numeratore**  
(numero di parti)

$$\frac{2}{3}$$

**termini della frazione**

**denominatore**  
(dà il nome alla frazione)

La frazione che abbiamo scritto si legge *due terzi*. *Terzi* è il nome di famiglia della frazione.

La famiglia di frazioni con denominatore tre è la seguente:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots$$

Il rappresentante principale della famiglia ha per numeratore 1 e viene chiamato **unità frazionaria**.

L'**unità frazionaria**  $\frac{1}{n}$  (dove  $n$  indica un qualsiasi numero naturale, eccetto lo zero) rappresenta una delle  $n$  parti in cui è stato diviso l'intero.

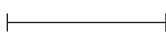
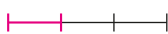
## La frazione come operatore



### La frazione come operatore su grandezze



Quando si utilizza una frazione per trovare una parte precisa di una grandezza, possiamo dire che si utilizza una frazione come **operatore** su grandezze. Il significato dell'espressione "operatore" è abbastanza evidente: la frazione indica in quale modo si deve operare.

Una frazione può essere considerata come un **operatore su grandezze**: il suo denominatore indica in quante parti uguali si deve dividere la grandezza, il suo numeratore specifica quante di queste parti si devono considerare.

### La frazione come operatore su segmenti

$\frac{1}{3}$  di  è 

$\frac{2}{3}$  di  è 

$\frac{3}{3}$  di  è 

### La frazione come operatore su superfici

$\frac{1}{4}$  di  è 

$\frac{2}{4}$  di  è 

$\frac{3}{4}$  di  è 

$\frac{4}{4}$  di  è 

Puoi anche considerare altre grandezze, per esempio la capacità. Essa è misurata in litri. Sai anche tu, dalla pratica quotidiana, che si usano normalmente frazioni di litro, soprattutto quelle con denominatore 2, 4, 5, 10:  $\frac{1}{4}$  di litro di vino;  $\frac{1}{2}$  litro di latte; bottiglie da  $\frac{3}{4}$  di litro; un bicchiere da  $\frac{1}{5}$  di litro; un bicchierino da  $\frac{1}{10}$  di litro. Quest'ultima misura corrisponde a 1 dl. A quanto corrispondono le altre misure?

### La frazione come operatore su quantità

La frazione può essere utilizzata anche come operatore su quantità precise di oggetti. Ecco alcuni esempi.

Per trovare i  $\frac{2}{3}$  di 12 chiodi si procede in questo modo:

$12 \xrightarrow{:3} 4 \xrightarrow{\times 2} 8$     i  $\frac{2}{3}$  di 12 chiodi sono 8 chiodi.

Per trovare i  $\frac{5}{7}$  di 14 gettoni:

$14 \xrightarrow{:7} \square \xrightarrow{\times 5} \square$     i  $\frac{5}{7}$  di 14 gettoni sono ..... gettoni

Per trovare la frazione di un insieme di oggetti si divide dunque il loro numero per il denominatore della frazione e lo si moltiplica per il numeratore.

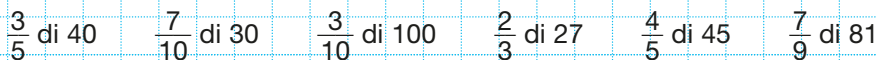
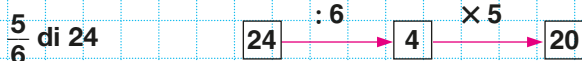
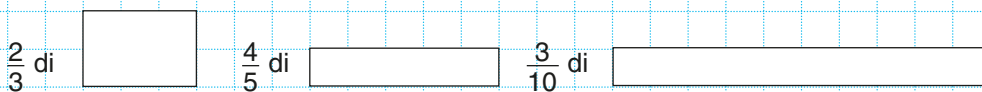
In generale, si può dire che:

per trovare la frazione  $\frac{m}{n}$  di una grandezza o di una quantità, si divide l'intero (grandezza o quantità) in  $n$  parti uguali (cioè quante ne indica il denominatore) e si prendono  $m$  di queste parti (cioè quante ne indica il numeratore).



Risolvi sul tuo quaderno questi esercizi. Segui gli esempi.

check point



## La frazione come divisione indicata

Una frazione può anche essere considerata in se stessa e non come un operatore su grandezze o su quantità precise di oggetti. In questo caso essa indica il risultato della **divisione tra numeratore e denominatore**.

Il risultato di questa divisione, cioè il suo quoziente, non viene calcolato, ma solo indicato sotto forma di frazione. Ricorda che si tratta sempre di divisioni tra numeri naturali, in quanto sia il numeratore che il denominatore di una frazione sono numeri naturali.

Una frazione può essere considerata come l'**indicazione del quoziente della divisione** tra il suo numeratore e il suo denominatore.

Esaminiamo ora alcuni casi di frazioni in cui il quoziente tra numeratore e denominatore assume valori particolari.

- **Se** il numeratore è multiplo del denominatore, **allora** il valore del quoziente indicato dalla frazione è uguale a un numero naturale.

$$\frac{6}{3} = 6 : 3 = \mathbf{2} \quad \text{perché} \quad 2 \times 3 = 6 \quad \frac{12}{2} = 12 : 2 = \mathbf{6} \quad \text{perché} \quad 6 \times 2 = 12$$

**esempio**

- **Se** il numeratore è uguale al denominatore, **allora** il valore del quoziente indicato dalla frazione è 1.

$$\frac{7}{7} = 7 : 7 = \mathbf{1} \quad \text{perché} \quad 1 \times 7 = 7 \quad \frac{53}{53} = 53 : 53 = \mathbf{1} \quad \text{perché} \quad 1 \times 53 = 53$$

**esempio**

- **Se** il numeratore della frazione è uguale a 0 e il denominatore è diverso da 0, **allora** il valore del quoziente indicato dalla frazione è 0.

$$\frac{0}{5} = 0 : 5 = \mathbf{0} \quad \text{perché} \quad 0 \times 5 = 0 \quad \frac{0}{24} = 0 : 24 = \mathbf{0} \quad \text{perché} \quad 0 \times 24 = 0$$

**esempio**

- **Se** il denominatore della frazione è 1 **allora** il valore del quoziente indicato dalla frazione è uguale al numeratore.

$$\frac{5}{1} = 5 : 1 = \mathbf{5} \quad \text{perché} \quad 5 \times 1 = 5 \quad \frac{16}{1} = 16 : 1 = \mathbf{16} \quad \text{perché} \quad 16 \times 1 = 16$$

**esempio**

- **Se** il denominatore della frazione è uguale a 0 e il numeratore è diverso da 0, **allora** la frazione non ha senso in quanto, come hai già visto nella seconda unità di apprendimento, non è possibile dividere un numero per 0. Infatti nessun numero moltiplicato per 0 può dare un numero naturale.

$$\frac{5}{0} = 5 : 0 \quad \text{è impossibile}$$

**esempio**

- **Se** il numeratore e il denominatore della frazione sono uguali a 0, **allora** il valore del quoziente indicato dalla frazione è indeterminato. Infatti qualsiasi numero moltiplicato per 0 dà 0 per risultato.

$$\frac{0}{0} = 0 : 0 \quad \text{valore indeterminato}$$

**esempio**



**check point**

Costruisci sul tuo quaderno una tabella che riassume i sei casi considerati in queste pagine.

## 2 Frazioni proprie, apparenti, improprie

### Frazioni proprie

L'uso originario delle frazioni, come la loro stessa denominazione suggerisce, riguardava solo grandezze inferiori all'intera grandezza considerata, oppure quantità inferiori all'intero insieme considerato.

Queste frazioni sono state chiamate **frazioni proprie**: esse esprimono un numero che è sempre inferiore a 1.

Una **frazione** si dice **propria** se il numeratore è minore del denominatore.

$$\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$$



**esempio**

### Frazioni apparenti

È possibile però considerare anche frazioni il cui valore è uguale o superiore all'intero.

Vengono chiamate **frazioni apparenti** le frazioni il cui numeratore è multiplo del denominatore. In questo caso si considera un numero di parti che è uguale a 1, 2, 3, 4, ... volte il numero delle parti nelle quali è stato diviso l'intero.

Una **frazione** si dice **apparente** se il numeratore è multiplo del denominatore.



$$8 \text{ quarti} = 2 \text{ interi} \quad \frac{8}{4} = 2$$



$$12 \text{ quarti} = 3 \text{ interi} \quad \frac{12}{4} = 3$$

**esempio**

Le **frazioni uguali a 1** sono anch'esse frazioni apparenti. Per ottenere una frazione uguale all'unità, basta prendere un numero di parti uguale al numero delle parti nelle quali è stato diviso l'intero. In questo caso il numeratore è uguale al denominatore.



$$4 \text{ quarti} = 1 \text{ intero} \quad \frac{4}{4} = 1$$

**esempio**

## Frazioni improprie

Quando in una frazione il *numeratore è maggiore del denominatore*, allora la frazione viene chiamata **frazione impropria**. In questo caso il *valore della frazione è maggiore di 1*. Quindi anche le frazioni apparenti, eccetto quelle uguali a 1, sono frazioni improprie.

Una **frazione** si dice **impropria** se il numeratore è maggiore del denominatore.

**esempio**

3 terzi + 3 terzi + 1 terzo = 7 terzi

$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

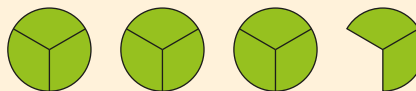
$$1 + 1 + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$



3 terzi + 3 terzi + 3 terzi + 2 terzi = 11 terzi

$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3}$$



Da quanto hai osservato deriva la seguente caratteristica delle frazioni. Alcune frazioni improprie possono essere espresse come un numero naturale, e sono frazioni apparenti. Altre possono essere espresse come somma di un numero naturale più una frazione propria, e vengono dette *numero misto*.

Un **numero misto** è formato da un numero naturale, detto *parte intera*, più una frazione propria, detta *parte frazionaria*.

**esempio**

$$\frac{7}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \underbrace{1 + \frac{2}{5}}_{\text{numero misto}}$$

$$\frac{13}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{1}{6} = 1 + 1 + \frac{1}{6} = \underbrace{2 + \frac{1}{6}}_{\text{numero misto}}$$

**check point**



Indica quali, tra le frazioni indicate, sono proprie, apparenti, improprie:

$\frac{5}{7}, \frac{4}{8}, \frac{8}{9}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{12}{5}, \frac{16}{4}, \frac{9}{3}, \frac{21}{6}$

proprie: .....

apparenti: .....

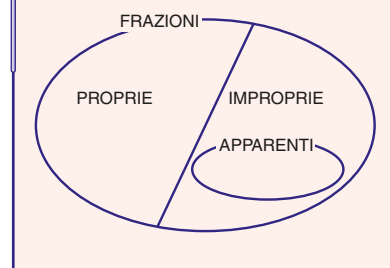
improprie: .....

**STOP** ricorda

Data una frazione  $\frac{m}{n}$ , con  $m$  numeratore e  $n$  denominatore possiamo così riassumere quanto abbiamo visto finora.

Valori del numeratore e del denominatore	Valore della frazione	Denominazione
$m < n$	$< 1$	frazione propria
$m = n$	$= 1$	frazione apparente
$m > n$	$> 1$	frazione impropria
$m = k \times n$	$= k$	frazione apparente
$n = 1$	$= m$	frazione apparente
$m = 0$ e $n \neq 0$	$= 0$	
$m = 0$ e $n = 0$	indeterminato	
$m \neq 0$ e $n = 0$	impossibile	frazione senza senso

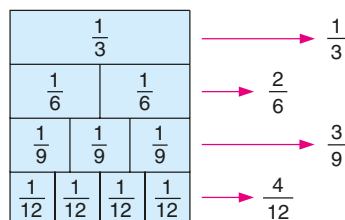
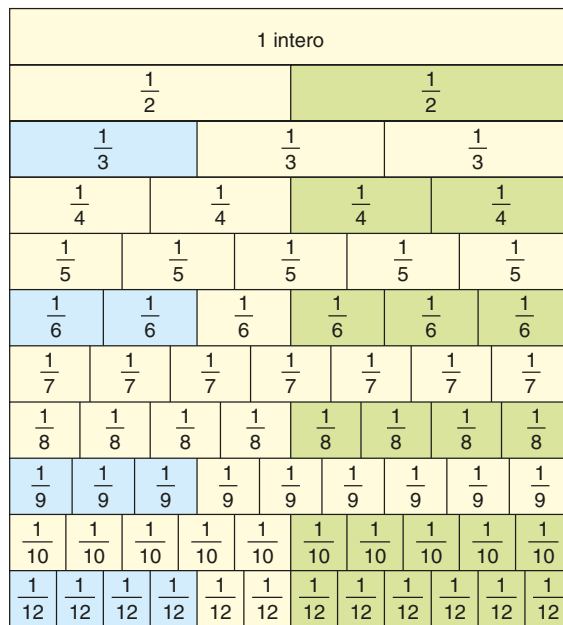
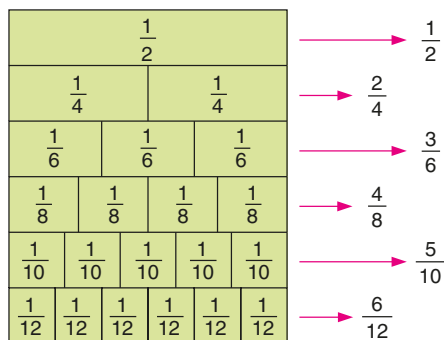
**il linguaggio degli insiemi**



### 3 Frazioni equivalenti e proprietà invariante delle frazioni

Osserva il disegno a fianco. In esso sono rappresentati undici rettangoli uguali. Il primo in alto non è diviso; gli altri sono suddivisi rispettivamente in 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12 parti.

Guardando attentamente, è possibile vedere quali frazioni rappresentano le stesse porzioni di rettangolo, che nel disegno sono evidenziate con lo stesso colore.





Tutte le frazioni che rappresentano le stesse porzioni di rettangolo sono *equivalenti tra loro*, cioè hanno lo stesso valore e come operatori sull'intero danno lo stesso risultato.

Due o più **frazioni** sono **equivalenti**, cioè hanno lo stesso valore, se come operatori sull'intero danno lo stesso risultato, oppure se, dividendo il loro numeratore per il rispettivo denominatore, si ottiene lo stesso numero.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

esempio

Un modo per verificare l'equivalenza di due frazioni è perciò quello di calcolare il quoziente della divisione del numeratore per il denominatore.

$$\frac{3}{5} = 0,60 \quad \frac{6}{10} = 0,60 \quad \frac{9}{15} = 0,60$$

esempio

$\frac{3}{5}$  ha lo stesso valore di  $\frac{6}{10}$ ; dunque  $\frac{3}{5}$  è equivalente a  $\frac{6}{10}$ ,

cioè:  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

$\frac{6}{10}$  ha lo stesso valore di  $\frac{9}{15}$ ; dunque  $\frac{6}{10}$  è equivalente a  $\frac{9}{15}$ ,

cioè:  $\frac{6}{10} = \frac{9}{15}$

Possiamo quindi dire che:

$$\frac{3}{5}; \frac{6}{10}; \frac{9}{15} \text{ sono equivalenti tra di loro, cioè: } \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15}$$

## Proprietà invariante

Osserva le seguenti coppie di frazioni. In ciascuna coppia, la seconda frazione è ottenuta *raddoppiando il denominatore* della prima:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{10}; \quad \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{12}; \quad \frac{3}{10} \rightarrow \frac{3}{20}; \quad \frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{8}$$

Il valore delle frazioni diventa maggiore, minore o resta uguale?

Scopriilo, aiutandoti con un disegno.

In queste coppie, la seconda frazione è ottenuta *raddoppiando il numeratore* della prima:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{3}; \quad \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2}{5}; \quad \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{6}; \quad \frac{3}{10} \rightarrow \frac{6}{10}; \quad \frac{3}{4} \rightarrow \frac{6}{4}$$

Il valore delle frazioni diventa maggiore, minore o resta uguale?

Scopriilo, aiutandoti con un disegno.

Infine in queste coppie sono stati raddoppiati sia il numeratore sia il denominatore delle frazioni:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{6}, \quad \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2}{10}, \quad \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{12}, \quad \frac{3}{10} \rightarrow \frac{6}{20}, \quad \frac{3}{4} \rightarrow \frac{6}{8}$$

Il valore delle frazioni diventa maggiore, minore o resta uguale?

Scopriilo, aiutandoti con un disegno.



check point 

Prova a fare la stessa cosa moltiplicando per 3, per 4, per 10 prima solo il denominatore, poi solo il numeratore, infine il numeratore e il denominatore. Che cosa puoi concludere?

In generale vale la seguente proprietà delle frazioni, detta **proprietà invariante**:

moltiplicando o dividendo sia il numeratore sia il denominatore di una frazione per uno stesso numero, il valore della frazione non cambia, cioè si ottiene una **frazione equivalente** a quella data.

Se consideri la frazione come una divisione indicata, noti subito l'analogia esistente tra la proprietà invariante delle frazioni e quella della divisione.

Prendi per esempio la frazione  $\frac{4}{2}$  e moltiplica per 6 sia il numeratore, sia il denominatore:

$$\frac{4 \times 6}{2 \times 6} = \frac{24}{12}$$

Prendi ora le due frazioni  $\frac{4}{12}$  e  $\frac{24}{12}$  e considerale come divisioni:

$$\frac{4}{2} = 4 : 2 = 2 \quad \frac{24}{12} = 24 : 12 = 2$$

Come vedi il quoziente è sempre 2. Perché?

 **ricorda**

**Proprietà invariante della divisione:** il quoziente tra due numeri non cambia se entrambi si moltiplicano o si dividono per uno stesso numero diverso da zero.



## Semplificazione di una frazione: frazioni riducibili e irriducibili

Utilizzando la proprietà invariante si possono trasformare le frazioni in modo che sia il numeratore sia il denominatore diventino numeri più piccoli, con i quali i calcoli sono più agevoli, senza che il valore della frazione cambi.

Tale operazione si chiama **semplificazione di una frazione**, e consiste nel dividere numeratore e denominatore per un loro divisore comune.

**Semplificare una frazione** significa trasformarla in un'altra equivalente avente termini minori.

$$\frac{12}{50} = \frac{12 : 2}{50 : 2} = \frac{6}{25}$$

si usa anche scrivere  $\frac{12}{50} \begin{smallmatrix} 6 \\ 25 \end{smallmatrix}$

**esempio**

Prova ora con questa frazione:

$$\frac{13}{24} = ?$$

Che cosa noti? Non è possibile dividere 13 e 24 per un divisore comune, in quanto i due numeri sono primi tra loro.

Diciamo allora che la frazione  $\frac{12}{50}$  è una **frazione riducibile**, perché 12 e 50 hanno un divisore comune, mentre  $\frac{13}{24}$  è una **frazione irriducibile** perché 13 e 24 non hanno un divisore comune.

In generale:

una **frazione** è **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni.

E in questo caso è possibile semplificarla.

Una **frazione** è **irriducibile** se numeratore e denominatore sono numeri primi tra loro.

E in questo caso non è possibile semplificarla.

### Riduzione di una frazione ai minimi termini

Utilizzando la proprietà invariante è possibile trasformare le frazioni riducibili con successive semplificazioni, in modo che il numeratore e il denominatore siano i *più piccoli possibili*, senza che il valore della frazione cambi. Ciò avviene quando numeratore e denominatore sono primi tra loro. In questo caso, infatti, non hanno più alcun divisore in comune. Questa operazione si chiama **riduzione di una frazione ai minimi termini**.

Una **frazione** si dice **ridotta ai minimi termini** quando numeratore e denominatore sono primi tra loro.

$$\frac{30}{45} \begin{smallmatrix} 6 \\ 9 \end{smallmatrix} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$  è la frazione che si ottiene *semplificando*  $\frac{30}{45}$ , cioè dividendo sia il numeratore, sia il denominatore prima per 5, poi per 3;  $\frac{2}{3}$  è la frazione ridotta ai minimi termini perché 2 e 3 sono primi tra loro.

**esempio**

Per **ridurre una frazione ai minimi termini** puoi seguire questa procedura.

1. Verifica che la frazione sia riducibile, cioè che i suoi termini non siano primi tra loro (se ciò fosse, allora la frazione sarebbe già ridotta ai minimi termini).
2. Trova il MCD tra numeratore e denominatore.
3. Dividi numeratore e denominatore per il loro MCD.

**esempio**

Riduci la frazione  $\frac{24}{100}$  ai minimi termini.

1. 24 e 100 non sono primi tra loro.
2. Calcolo il loro MCD:

$$\text{MCD}(24; 100) = 4$$

3. Divido per 4 il numeratore e il denominatore della frazione data e ottengo la frazione ridotta ai minimi termini:

$$\frac{24}{100} = \frac{24 : 4}{100 : 4} = \frac{6}{25}$$

Analogamente:

$$\frac{30}{45} \quad \text{MCD}(30; 45) = 15 \quad \frac{30}{45} = \frac{30 : 15}{45 : 15} = \frac{2}{3}$$

Puoi ridurre una frazione ai minimi termini anche con semplificazioni successive per divisori comuni: è un procedimento più lungo, ma si arriva comunque allo stesso risultato.



**check point**

Completa la tabella sottostante, rispondendo sì o no.

Frazione	È riducibile?	È irriducibile?	Se puoi, riducila ai minimi termini
$\frac{30}{42}$	.....	.....	.....
$\frac{2}{3}$	.....	.....	.....
$\frac{81}{90}$	.....	.....	.....
$\frac{75}{150}$	.....	.....	.....
$\frac{53}{77}$	.....	.....	.....
$\frac{64}{80}$	.....	.....	.....

Che cosa deduci dalle risposte date?

### Numeri razionali e frazioni equivalenti

L'espressione latina *ratio*, come già detto all'inizio di questa UA, tra i suoi vari significati ha anche quello di rapporto e di quoziente. Per questo le frazioni sono denominate **numeri razionali**. Infatti, una frazione può essere considerata sia come un rapporto tra due numeri interi, sia come loro quoziente indicato. Per esempio, la frazione  $\frac{3}{4}$  può essere letta come indicazione del rapporto esistente tra 3 e 4 e come quoziente indicato tra 3 e 4.

D'altra parte, tutte le frazioni equivalenti a  $\frac{3}{4}$  esprimono lo stesso rapporto e indicano lo stesso quoziente:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \dots$$

$$3 : 4 = 6 : 8 = 9 : 12 = \dots = 0,75$$

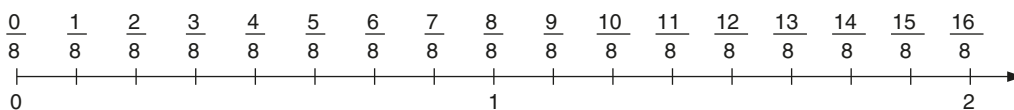
Per questo motivo tutte le frazioni equivalenti tra loro possono essere rappresentate da quella che è ridotta ai minimi termini. Per lo stesso motivo tutte le frazioni equivalenti tra loro rappresentano lo stesso numero razionale: esse indicano lo stesso rapporto e lo stesso quoziente.

## 4 L'ordinamento delle frazioni

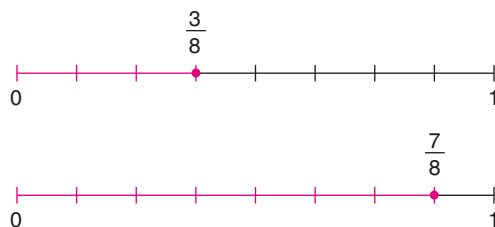
Come i numeri naturali, anche le frazioni possono essere confrontate tra loro. Cercheremo di trovare dei metodi per capire se una ha valore maggiore, minore o uguale a quello di un'altra.

### Frazioni con lo stesso denominatore

Nel seguente tratto di retta graduata orientata sono indicati i punti corrispondenti al valore delle frazioni che hanno denominatore uguale, in questo caso 8.



Confrontiamo tra loro le frazioni  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{7}{8}$  e rappresentiamole sulla retta graduata. Qual è la maggiore?



È evidente che la frazione maggiore è  $\frac{7}{8}$ , quindi scriviamo  $\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$ .

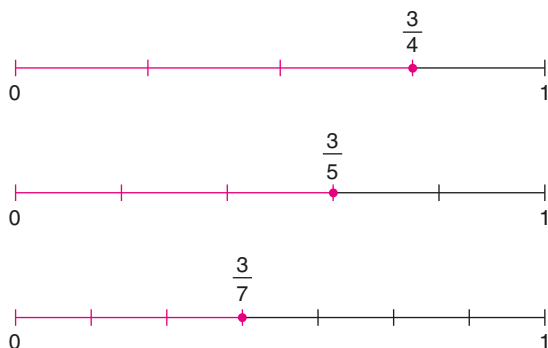
Se due o più frazioni hanno lo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

## Frazioni con lo stesso numeratore

Considera ora frazioni che hanno lo stesso numeratore, per esempio:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{3}{7}$$

e rappresentale sulla retta graduata orientata. Per farlo devi dividere l'unità rispettivamente in 4, 5 e 7 parti.



**STOP** ricorda

Una frazione impropria è sempre maggiore di una frazione propria.



È facile constatare che il valore di queste frazioni è decrescente. Infatti calcolando il quoziente tra numeratore e denominatore e approssimando, ove necessario, il risultato ai centesimi, si ottiene:

$$3 : 4 = 0,75 \quad 3 : 5 = 0,60 \quad 3 : 7 = 0,43$$

Se due o più frazioni hanno lo stesso numeratore, è maggiore la frazione che ha il denominatore minore.

## Frazioni con numeratore e denominatore diversi

Se le frazioni non hanno denominatore uguale, il primo passo per confrontarle tra loro è *rendere il denominatore uguale*, sfruttando la proprietà invariante delle frazioni.

Considera le due frazioni  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{10}$ : qual è la maggiore?

È facile trasformare la prima frazione in una frazione con denominatore 10:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \rightarrow \frac{4}{10} > \frac{3}{10} \rightarrow \frac{2}{5} > \frac{3}{10}$$

Più in generale, per trasformare due frazioni in modo che abbiano lo stesso denominatore, ossia per **ridurre due frazioni allo stesso denominatore**, basta seguire questa procedura.

1. Riduci le frazioni ai minimi termini.
2. Calcola il minimo comune multiplo dei denominatori, detto anche *minimo comune denominatore* (mcd): questo è il denominatore cercato.
3. Dividi il mcd per il denominatore della prima frazione e moltiplica il quoziente così ottenuto per il suo numeratore: questo è il primo numeratore cercato.
4. Dividi il mcd per il denominatore della seconda frazione e moltiplica il quoziente così ottenuto per il suo numeratore: questo è il secondo numeratore cercato.

## esempio

Trasforma le seguenti frazioni in frazioni che hanno lo stesso denominatore e poi confrontale tra loro:

$$\frac{5}{12} \quad \frac{4}{9}$$

1. Le due frazioni sono già ridotte ai minimi termini.
2. Il minimo comune multiplo dei denominatori è 36.
3. Divido 36 per il denominatore della prima frazione e moltiplico il risultato per il suo numeratore:

$$36 : 12 = 3 \quad 3 \times 5 = 15; \quad \text{ottengo } \frac{15}{36}$$

4. Divido 36 per il denominatore della seconda frazione e moltiplico il risultato per il suo numeratore:

$$36 : 9 = 4 \quad 4 \times 4 = 16; \quad \text{ottengo } \frac{16}{36}$$

A questo punto posso fare il confronto:

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36} < \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

### Ordinamento di frazioni

**Frazioni che hanno lo stesso denominatore:** è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

**Frazioni che hanno lo stesso numeratore:** è maggiore quella che ha il denominatore minore.

**Frazioni che hanno numeratori e denominatori diversi:** prima le riduco allo stesso denominatore, poi confronto i numeratori.



check point

Indica le frazioni sulle rette graduate orientate, poi completa ciascuna coppia con il segno opportuno:  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .



$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} \dots \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3} \dots \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{4} \dots \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} \dots \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{4} \dots \frac{1}{2}$$

## 5 Le operazioni con le frazioni

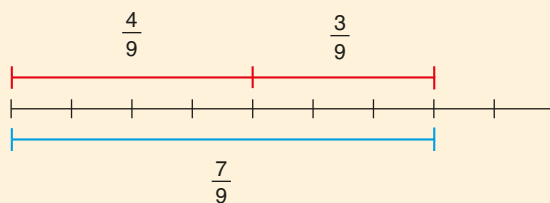
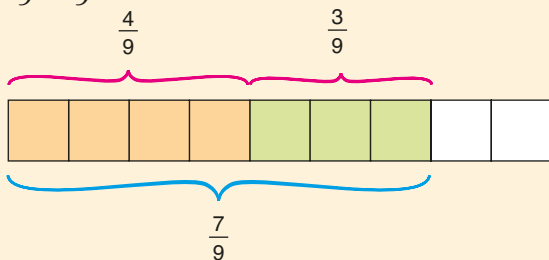
### Addizione

#### Addizione tra frazioni che hanno lo stesso denominatore

L'addizione tra frazioni può essere eseguita immediatamente solo se le frazioni hanno lo stesso denominatore.

La somma di due o più frazioni che hanno lo **stesso denominatore** è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la somma dei numeratori.

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$$



esempio

Applicando la regola precedente si può scrivere:

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}$$

Analogamente:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3+2}{5} = \frac{5}{5} = 1 \quad \frac{11}{6} + \frac{1}{6} = \frac{11+1}{6} = \frac{12}{6} = 2 \quad \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



**Addizione tra frazioni che hanno denominatori diversi**

Per aggiungere tra loro due o più frazioni che hanno denominatori diversi, si riducono le frazioni date al minimo comun denominatore e poi si calcola la loro somma, come nel caso precedente.

Per aggiungere tra loro due o più frazioni che hanno **denominatori diversi**, si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, quindi si addizionano tra loro i rispettivi numeratori.

esempio

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{9}{20} = \frac{25}{60} + \frac{27}{60} = \frac{25+27}{60} = \frac{52}{60} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{49}{56} + \frac{2}{32} = \frac{20+14+1}{16} = \frac{35}{16}$$

**Addizione tra un numero naturale e una frazione. Numeri misti**

Per eseguire l'addizione tra un numero naturale e una frazione basta trasformare la parte intera in una frazione apparente che ha lo stesso denominatore della frazione da addizionare, poi si opera come nelle addizioni tra frazioni che hanno lo stesso denominatore.

esempio

$$2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$5 + \frac{2}{6} = \frac{30}{6} + \frac{2}{6} = \frac{30+2}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

$$3 + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}$$

Se, al contrario, vuoi trasformare **una frazione impropria in numero misto**, dividi il numeratore per il denominatore. Il quoziente sarà la parte intera, mentre il resto rappresenterà il numeratore della parte frazionaria con denominatore uguale a quello della frazione impropria.

esempio

$$\frac{17}{3} = 17 : 3 = 5 \text{ con resto } 2 \rightarrow 5 + \frac{2}{3}$$

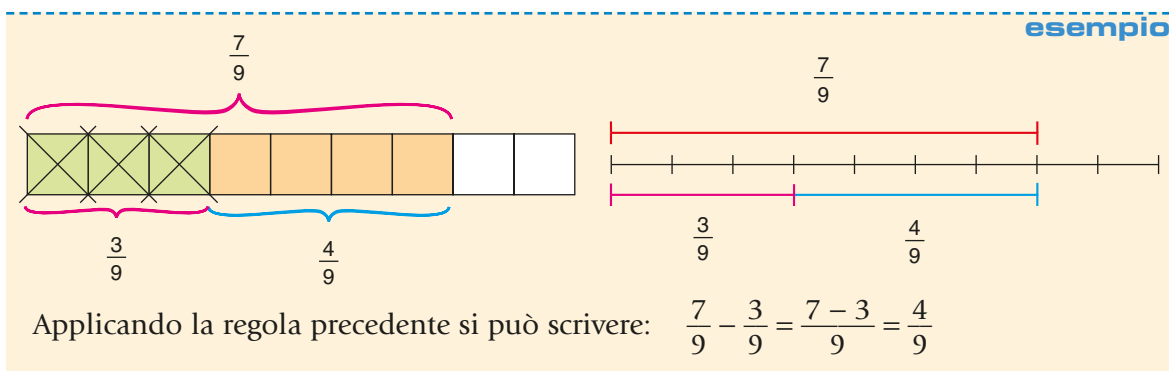
$$\frac{26}{4} = 26 : 4 = 6 \text{ con resto } 2 \rightarrow 6 + \frac{2}{4} = 6 + \frac{1}{2}$$

## Sottrazione

### Sottrazione tra frazioni che hanno lo stesso denominatore

Per eseguire la sottrazione tra due frazioni che hanno lo stesso denominatore, e la prima è maggiore della seconda, si calcola immediatamente la differenza dei numeratori, mentre il denominatore rimane invariato.

La differenza tra due frazioni che hanno lo **stesso denominatore**, e la prima è maggiore della seconda, è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la differenza dei numeratori.



### Sottrazione tra frazioni che hanno denominatori diversi

Per sottrarre una frazione da un'altra avente denominatore diverso, si riducono le frazioni date al minimo comun denominatore e poi si calcola la differenza come nel caso precedente.

Per sottrarre tra loro due frazioni che hanno **denominatori diversi**, e la prima è maggiore della seconda, si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, quindi si sottrae il numeratore del sottraendo dal numeratore del minuendo.

$$\frac{7}{8} - \frac{4}{6} = \frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{21-16}{24} = \frac{5}{24}$$

### Sottrazione tra un numero naturale e una frazione

Per sottrarre una frazione da un numero naturale si trasforma il numero naturale in una frazione apparente che ha lo stesso denominatore della frazione da sottrarre, poi si opera come nella sottrazione tra frazioni che hanno lo stesso denominatore.

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3} \qquad 3 - \frac{2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} = \frac{15-2}{5} = \frac{13}{5}$$

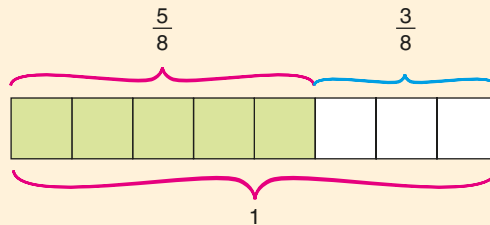
## Frazioni complementari

Due **frazioni** si dicono **complementari** se la loro somma vale 1.

Per trovare la frazione complementare di una frazione propria, basta eseguire la sottrazione tra 1 e la frazione data.

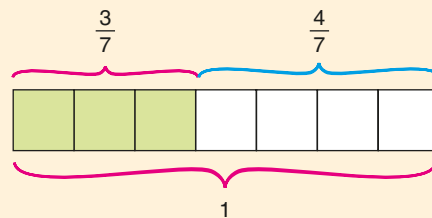
La frazione complementare di  $\frac{5}{8}$  è  $\frac{3}{8}$ ; infatti:

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$



La frazione complementare di  $\frac{3}{7}$  è  $\frac{4}{7}$ ; infatti:

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$$



**esempio**

## Moltiplicazione

A differenza dell'addizione e della sottrazione fra due frazioni, la moltiplicazione può essere sempre eseguita immediatamente.

Il prodotto di due o più frazioni è una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

**esempio**

Quando si moltiplicano due o più frazioni tra loro può capitare che il numeratore di una abbia un divisore in comune con il denominatore di un'altra. In questo caso è più utile procedere a semplificazioni incrociate prima di eseguire la moltiplicazione.

$$\frac{\cancel{3}^1}{8} \times \frac{5}{\cancel{12}_4} = \frac{1 \times 5}{8 \times 4} = \frac{5}{32} \quad \frac{\cancel{4}^1}{3} \times \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{8}_2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3 \times 1}{1 \times 2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

**esempio**

### Moltiplicazione di una frazione per un numero naturale o viceversa

Per eseguire la moltiplicazione tra una frazione e un numero naturale o viceversa, basta considerare il numero naturale come una frazione con denominatore 1 e procedere come abbiamo già visto.

$$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{2 \times 3}{5 \times 1} = \frac{6}{5}$$

$$3 \times \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3}^1}{1} \times \frac{5}{\cancel{6}_2} = \frac{1 \times 5}{1 \times 2} = \frac{5}{2}$$

**esempio**

### Frazione reciproca o inversa di una frazione data

Una **frazione** si dice **reciproca**, o **inversa**, di una frazione data se, moltiplicata per quest'ultima, dà per risultato 1.

Si vede facilmente che si ottiene una frazione inversa di una frazione data scambiando tra loro numeratore e denominatore.

$$\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}_1} = 1 \quad \frac{3}{4} \text{ è la frazione inversa di } \frac{4}{3}$$

$$\frac{\cancel{7}^1}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{7}_1} = 1 \quad \frac{7}{5} \text{ è la frazione inversa di } \frac{5}{7}$$

**esempio**

Dal momento che i numeri naturali possono essere trasformati in frazioni apparenti, anch'essi hanno la frazione inversa.

La frazione inversa di 5 è  $\frac{1}{5}$ , la frazione inversa di 3 è  $\frac{1}{3}$

**esempio**

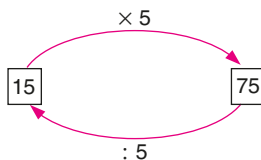
### Divisione

Hai già visto nelle operazioni con i numeri naturali che la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.

Infatti:

$$15 \times 5 = 75$$

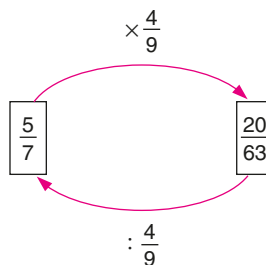
$$75 : 5 = 15$$



Applica l'esempio alle frazioni:

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{5 \times 4}{7 \times 9} = \frac{20}{63}$$

$$\frac{20}{63} : \frac{4}{9} = \frac{20 : 4}{63 : 9} = \frac{5}{7}$$



Osserva poi che:

$$\frac{20}{63} : \frac{4}{9} = \frac{5}{7}$$

come:  $\frac{\cancel{20}^5}{\cancel{63}_7} \times \frac{\cancel{9}^1}{\cancel{4}_1} = \frac{5}{7}$

frazione inversa di  $\frac{4}{9}$

cioè hai trasformato la divisione in una moltiplicazione, moltiplicando la prima frazione per l'inverso della seconda.

In generale:

per dividere una frazione per un'altra frazione (diversa da 0) si moltiplica la prima per l'inverso della seconda.

### Frazioni a termini frazionari

Si dice **frazione a termini frazionari** una frazione in cui uno o entrambi i termini sono a loro volta frazioni:

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{3}}$$

Dal momento che ogni frazione rappresenta il quoziente della divisione del numeratore per il denominatore, nei due casi precedenti si ha rispettivamente:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{3}{7} : \frac{2}{3} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{7 \times 2} = \frac{9}{14}$$

#### Attenzione alle linee di frazione

Nelle frazioni a termini frazionari è importante segnare la **linea di frazione** con un tratto più lungo. Essa va sempre scritta all'altezza del segno di uguaglianza. Ciò è importante anche per non incorrere in possibili errori.

Scrivere:

$$\frac{3}{\frac{5}{8}} = \text{non è la stessa cosa di } \frac{\frac{3}{5}}{8} =$$

Infatti, se consideri i risultati noti la differenza:

$$\frac{3}{\frac{5}{8}} = 3 : \frac{5}{8} = 3 \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5}$$

$$\frac{\frac{3}{5}}{8} = \frac{3}{5} : 8 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{3 \times 1}{5 \times 8} = \frac{3}{40}$$

## Elevamento a potenza

Per elevare una frazione a una data potenza, si elevano a quella potenza sia il numeratore sia il denominatore della frazione considerata.

### attenzione

In una frazione, la presenza delle parentesi cambia il valore della potenza:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} \quad \text{mentre} \quad \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$



Se la base è la frazione  $\frac{2}{3}$  e l'esponente è 2 si ha:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2^2}{3^2}$$

Se la base è la frazione  $\frac{7}{3}$  e l'esponente è 3 si ha:

$$\left(\frac{7}{3}\right)^3 = \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{3 \times 3 \times 3} = \frac{7^3}{3^3}$$

**esempio**

### ricorda

La potenza di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali alla base quanti ne indica l'esponente.



## Divisione e numeri razionali

La considerazione dei numeri razionali espressi sotto forma di frazione consente di vedere sotto una luce diversa l'operazione di divisione. Infatti, per dividere una frazione per un'altra basta moltiplicare la prima per l'inverso della seconda:

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

Di conseguenza:

- la divisione tra due numeri razionali ha come risultato sempre un numero razionale, cioè è sempre possibile eseguire la divisione tra numeri razionali ottenendo ancora un numero razionale. Si usa anche dire che nell'insieme dei numeri razionali la divisione è sempre possibile. Ciò non è vero per i numeri interi. La divisione tra due numeri interi non ha normalmente come risultato ancora un numero intero:  $1 : 4 = 0,25$ ;
- invece di considerare la divisione come un'operazione del tutto diversa dalla moltiplicazione, si può considerare la divisione come un nuovo modo di eseguire la moltiplicazione: moltiplicare il primo numero per l'inverso del secondo.

## 6 Espressioni con le frazioni

Per calcolare un'espressione aritmetica con le frazioni si seguono le stesse regole che hai imparato per le quattro operazioni. Ricordiamole:

1. prima di calcolare le frazioni, semplifica le frazioni riducibili;
2. in una espressione senza parentesi si calcolano prima le potenze, poi le moltiplicazioni e le divisioni, nell'ordine in cui si trovano, e infine le addizioni e le sottrazioni, sempre nell'ordine in cui si trovano;
3. se l'espressione contiene le parentesi, si eseguono prima le operazioni all'interno delle parentesi tonde, poi delle quadre e, per ultime, quelle all'interno delle parentesi graffe.

**esempio**

$$\begin{aligned}
 & \frac{5}{8} + \frac{4}{15} : \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{12} : 2 : 2 = \\
 & = \frac{5}{8} + \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{15}_1} \times \frac{\cancel{15}^1}{\cancel{2}_1} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{12} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \\
 & = \frac{5}{8} + \cancel{2}^1 \times \frac{1}{\cancel{2}_1} - \frac{1}{48} = \\
 & = \frac{5}{8} + 1 - \frac{1}{48} = \\
 & = \frac{5}{8} + \frac{8}{8} - \frac{1}{48} = \\
 & = \frac{13}{8} - \frac{1}{48} = \frac{78 - 1}{48} = \frac{77}{48}
 \end{aligned}$$

**esempio**

$$\begin{aligned}
 & \left[ \left( 2 - \frac{1}{3} \right) : 4 + \frac{5}{6} \right] : \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^3 \times \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12} \right] = \\
 & = \left[ \frac{5}{3} : 4 + \frac{5}{6} \right] : \left[ \frac{\cancel{27}^9}{8} \times \frac{1}{\cancel{3}_1} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12} \right] = \\
 & = \left[ \frac{5}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \right] : \left[ \frac{9}{8} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12} \right] = \\
 & = \left[ \frac{5}{12} + \frac{5}{6} \right] : \left[ \frac{27 + 20 - 2}{24} \right] = \\
 & = \left[ \frac{5 + 10}{12} \right] : \frac{45}{24} = \\
 & = \frac{\cancel{15}^1}{\cancel{12}_1} \times \frac{\cancel{24}^2}{\cancel{45}_3} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

## 7 Problemi con le frazioni

Nella risoluzione di problemi espressi a parole spesso incontriamo le frazioni. Qui, vengono proposti alcuni esempi di problemi raccolti secondo le più comuni tipologie. Analizziamoli.

### Problema diretto: dato un numero o una grandezza, calcolarne una frazione

Supponiamo di dover calcolare i  $\frac{2}{5}$  di 180.

La soluzione è semplice: basta dividere il numero dato, 180, in tante parti uguali quante ne indica il denominatore della frazione, in questo caso 5, e moltiplicare il risultato per il numeratore, cioè per il numero delle parti da considerare, in questo caso 2. Avremo quindi:

$$180 : 5 \times 2 = 72$$

Si tratta cioè di moltiplicare il numero per la frazione:

$$180 \times \frac{2}{5} = 72$$

In generale:

quando si deve calcolare la frazione di un numero, o di una grandezza, basta *moltiplicare il numero, o la grandezza, per quella frazione.*

La mamma ha dato a Paolo € 12 per comprare alcuni oggetti di cancelleria per la scuola. Nel fare gli acquisti egli ha speso i  $\frac{3}{4}$  del denaro ricevuto. Quanto ha speso in tutto?

**problema 1**

Si tratta di calcolare la frazione del denaro ricevuto:

$\frac{3}{4}$  di 12 euro.

Basta quindi moltiplicare il valore della grandezza per la frazione:

$$12 \times \frac{3}{4} = 9$$

Paolo ha speso in tutto € 9.

Il libro di testo di geografia è composto di 220 pagine. Se ne studiano  $\frac{11}{20}$  nel primo quadrimestre e la rimanenza nel secondo. Quante pagine si studiano in ogni quadrimestre?

**problema 2**



$$220 \times \frac{11}{20} = 121$$

numero di pagine studiate nel primo quadrimestre

$$220 - 121 = 99$$

numero di pagine studiate nel secondo quadrimestre

In ciascun quadrimestre si studiano rispettivamente 121 pagine e 99 pagine.

### problema 3

Per un tipo di caffè sudamericano confezionato in pacchetti le spese di trasporto e dogana assorbono  $\frac{1}{5}$  del ricavo e ancora  $\frac{1}{5}$  costituisce il margine di guadagno per i rivenditori. Tutto il resto va alla ditta produttrice. Se un pacchetto di questo caffè è venduto a € 2,15, quanto va ai produttori, in frazione e in euro?

Per calcolare quanto richiesto basta togliere dal ricavo di un pacchetto di caffè le spese sostenute per la dogana e il trasporto sommate al guadagno per il rivenditore.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

è la frazione che esprime la parte del ricavo destinata alle spese

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

è la frazione che esprime il ricavo meno la frazione del ricavo destinata alle spese

$$2,15 \times \frac{3}{5} = 1,29$$

è il valore numerico della somma che andrà ai produttori per ciascun pacchetto

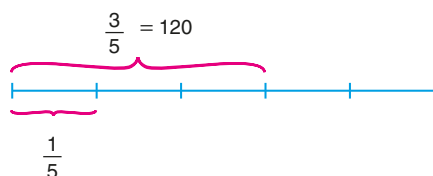
Ai produttori vanno i  $\frac{3}{5}$  del ricavo della vendita di ciascun pacchetto, cioè € 1,29.

### Problema inverso: calcolare un numero o una grandezza, conoscendone una frazione

Si vuole calcolare un numero sapendo che i suoi  $\frac{3}{5}$  sono uguali a 120.

In questo caso il ragionamento da fare è l'opposto di quello dei problemi precedenti. Infatti, dividendo il numero dato, 120, per il numeratore della frazione si ottiene il valore di  $\frac{1}{5}$  dell'intera frazione. Moltiplicando poi tale valore per il denominatore si ottiene il numero cercato.

Con l'aiuto di un grafico il ragionamento può essere più evidente.



Calcolando avremo:

$$120 : 3 = 40 \quad \text{otteniamo } \frac{1}{5} \text{ del totale}$$

$$40 \times 5 = 200 \quad \text{è il numero cercato}$$

Possiamo eseguire il calcolo più rapidamente dividendo il numero conosciuto per la frazione:

$$120 : \frac{3}{5} = \cancel{120}^{40} \times \frac{5}{\cancel{3}_1} = 200$$

In generale:

quando si deve calcolare un numero o una grandezza, conoscendo il valore di una sua frazione, basta *dividere il numero*, o la grandezza data, *per quella frazione*.

**problema 1**

Un treno ha percorso 135 km, pari ai  $\frac{5}{9}$  della distanza che separa due città. Qual è questa distanza?

Si tratta di dividere i chilometri percorsi per la frazione; si ottiene:

$$135 : \frac{5}{9} = \cancel{135}^{27} \times \frac{9}{\cancel{5}_1} = 243 \quad \text{è la distanza cercata}$$

La distanza tra le due città è di 243 km.

**problema 2**

Un paese ha 8550 abitanti. Quanti abitanti aveva dieci anni fa, se la popolazione è aumentata di  $\frac{4}{15}$ ?

Se indichiamo la popolazione di 10 anni fa con  $\frac{15}{15}$ , avremo:

$$\frac{15}{15} + \frac{4}{15} = \frac{19}{15} \quad \text{è la frazione che esprime la popolazione attuale}$$

$$8550 : \frac{19}{15} = 8550 \times \frac{15}{19} = 6750 \quad \text{popolazione di 10 anni fa}$$

Il paese, 10 anni fa, aveva una popolazione di 6750 abitanti.

**problema 3**

Tre cugini ricevono una somma di denaro in eredità. Il primo riceve  $\frac{1}{3}$  del totale, il secondo  $\frac{1}{4}$  e il terzo riceve € 12 400. Quale somma hanno ricevuto rispettivamente il primo e il secondo cugino?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \quad \text{è la frazione che esprime la somma ricevuta dal primo e dal secondo cugino}$$

Se indichiamo con  $\frac{12}{12}$  la somma totale, avremo:

$$\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \quad \text{è la frazione che esprime la somma ricevuta dal terzo cugino}$$

$$12\,400 : \frac{5}{12} = 12\,400 \times \frac{12}{5} = 29\,760 \quad \text{somma totale dell'eredità}$$

$$29\,760 \times \frac{1}{3} = 9920 \quad \text{somma ricevuta dal primo cugino}$$

$$29\,760 \times \frac{1}{4} = 7440 \quad \text{somma ricevuta dal secondo cugino}$$

Il primo cugino ha avuto in eredità € 9920, il secondo € 7440.

### Trovare due numeri conoscendo la loro somma e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro

Calcolare la misura di due segmenti  $AB$  e  $CD$ , sapendo che la somma della loro lunghezza è 98 cm, e che la lunghezza di  $AB$  è  $\frac{5}{9}$  di quella di  $CD$ .

Se il segmento  $AB$  è  $\frac{5}{9}$  di  $CD$ , quest'ultimo sarà  $\frac{9}{5}$ .

Rappresentiamo graficamente la situazione:

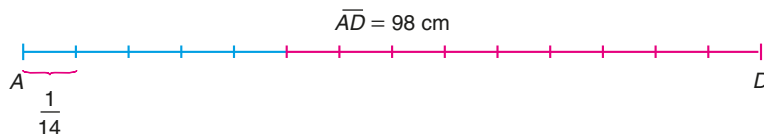


$AB$  è diviso in 5 parti uguali



$CD$  è diviso in 9 parti uguali

La somma dei due segmenti è uguale a  $5 + 9 = 14$  parti uguali, ciascuna delle quali rappresenta  $\frac{1}{14}$  di 98 cm.



Se osservi il grafico, la soluzione dovrebbe essere facile. Infatti:

$$98 : 14 \times 5 = 35 \quad \text{è la lunghezza del segmento } AB$$

$$98 : 14 \times 9 = 63 \quad \text{è la lunghezza del segmento } CD$$

Possiamo allora concludere che  $\overline{AB} = 35 \text{ cm}$  e  $\overline{CD} = 63 \text{ cm}$ .

## problema 1

Filippo e Alessandro fanno la collezione delle figurine dei calciatori. Complessivamente ne hanno 132. Se le figurine di Filippo sono  $\frac{5}{7}$  di quelle di Alessandro, quante sono le figurine di ciascuno?

Se le figurine di Filippo sono  $\frac{5}{7}$  di quelle di Alessandro, queste ultime saranno  $\frac{7}{7}$ ; la loro somma è uguale a  $5 + 7 = 12$  parti uguali; dunque:

$$132 : 12 \times 5 = 55 \quad \text{figurine di Filippo}$$

$$132 : 12 \times 7 = 77 \quad \text{figurine di Alessandro}$$

Filippo ha in tutto 55 figurine, Alessandro 77.

## problema 2

Una rivista è composta da 138 pagine, delle quali 4 costituiscono la copertina, 2 l'indice e  $\frac{3}{8}$  delle pagine dedicate agli articoli sono di pubblicità. Quante pagine occupano rispettivamente pubblicità e articoli?

$$138 - (4 + 2) = 132 \quad \text{pagine occupate da articoli e pubblicità}$$

$$132 : 11 \times 3 = 36 \quad \text{pagine dedicate alla pubblicità}$$

$$132 : 11 \times 8 = 96 \quad \text{pagine dedicate agli articoli}$$

Le pagine dedicate alla pubblicità sono 36, quelle dedicate agli articoli sono 96.

## problema 3

In una grande azienda agricola vengono impiegati 72 operai stagionali per la raccolta di prodotti ortofrutticoli. Vi sono 16 africani che lavorano per 27 giorni; gli italiani sono  $\frac{11}{3}$  di un gruppo di polacchi, i quali lavorano per 35 giorni. Quanti sono rispettivamente gli operai italiani e quelli polacchi? Sapendo che la paga giornaliera è di € 45, quanto guadagnerà il gruppo degli operai africani e quanto quello degli operai polacchi?

$$72 - 16 = 56 \quad \text{totale degli operai italiani e polacchi}$$

$$56 : 14 \times 11 = 44 \quad \text{totale degli operai italiani}$$

$$56 : 14 \times 3 = 12 \quad \text{totale degli operai polacchi}$$

$$(45 \times 27) \times 16 = 19\,940 \quad \text{guadagno totale degli operai africani}$$

$$(45 \times 35) \times 12 = 16\,800 \quad \text{guadagno totale degli operai polacchi}$$

Gli operai italiani sono 44, quelli polacchi 12. Il gruppo degli operai africani guadagna € 19 940, quello degli operai polacchi € 16 800.

### Trovare due numeri conoscendo la loro differenza e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro

Calcolare la misura di due segmenti  $AB$  e  $CD$ , sapendo che la differenza delle loro lunghezze è 48 cm e che la lunghezza di  $AB$  è  $\frac{2}{6}$  di quella di  $CD$ .

Se il segmento  $AB$  è  $\frac{2}{6}$  di  $CD$ , quest'ultimo sarà  $\frac{6}{2}$ . Disegniamo i due segmenti:

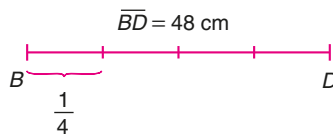


$AB$  è diviso in 2 parti uguali



$CD$  è diviso in 6 parti uguali

La differenza tra i due segmenti è uguale a  $6 - 2 = 4$  parti uguali, ciascuna delle quali rappresenta  $\frac{1}{4}$  di 48 cm.



Anche in questo caso il grafico dovrebbe condurti facilmente alla soluzione. Dunque:

$$48 : 4 \times 2 = 24 \quad \text{lunghezza del segmento } AB$$

$$48 : 4 \times 6 = 72 \quad \text{lunghezza del segmento } CD$$

Possiamo allora concludere che  $\overline{AB} = 24$  cm e  $\overline{CD} = 72$  cm.

#### problema 1

Una lattina di olio di semi di girasole costa  $i \frac{9}{11}$  di una lattina di olio di semi di mais.

Se sull'acquisto di due lattine risparmio € 4,48 scegliendo il girasole anziché il mais, qual è il prezzo di una lattina di olio di mais e di una di olio di girasole?

$$4,48 : 2 = 2,24$$

risparmio in euro su una lattina di olio di girasole

$$2,24 : 2 \times 9 = 10,08$$

costo in euro di una lattina di olio di girasole

$$2,24 : 2 \times 11 = 12,32$$

costo in euro di una lattina di olio di mais

Una lattina di olio di semi di girasole costa € 10,08, mentre quella di olio di semi di mais costa € 12,32.

**problema 2**

Francesca e Giovanna devono confezionare dei pacchetti da regalare alle loro amiche e ai loro amici. Francesca, più precisa, ne ha preparati  $\frac{3}{5}$  di quelli di Giovanna, cioè 12 meno di lei. Quanti pacchetti hanno confezionato rispettivamente?

$$12 : 2 \times 3 = 18 \quad \text{numero di pacchetti confezionati da Francesca}$$

$$12 : 2 \times 5 = 30 \quad \text{numero di pacchetti confezionati da Giovanna}$$

Francesca e Giovanna hanno confezionato rispettivamente 18 e 30 pacchetti.

**problema 3**

Viene divisa una somma tra due fratelli: Paolo e Giovanni. Paolo prende  $\frac{5}{8}$  di Giovanni, il quale a sua volta prende € 12 960 in più. Quale somma ricevono rispettivamente? Paolo ha però fatto un debito pari ai  $\frac{4}{9}$  della somma ricevuta. Quanto gli rimane in tutto?

$$12\,960 : 3 \times 5 = 21\,600 \quad \text{somma ricevuta da Paolo}$$

$$12\,960 : 3 \times 8 = 34\,560 \quad \text{somma ricevuta da Giovanni}$$

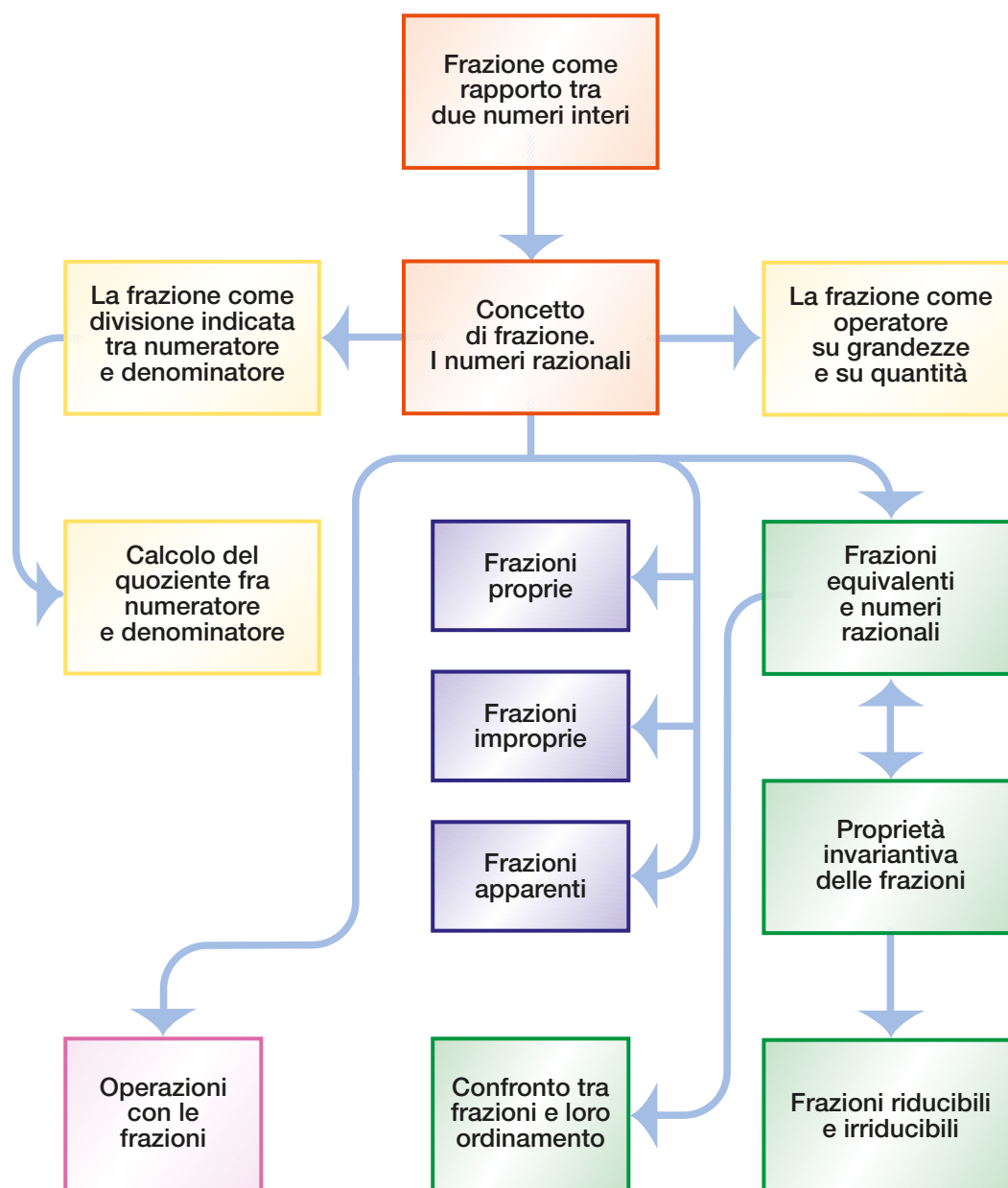
$$21\,600 \times \frac{4}{9} = 9\,600 \quad \text{debito di Paolo}$$

$$21\,600 - 9\,600 = 12\,000 \quad \text{somma rimasta a Paolo}$$

Paolo riceve € 21 600, Giovanni € 34 560. A Paolo rimangono in tutto € 12 000.

# Che cosa hai studiato

Leggi e osserva la mappa e memorizza anche visivamente i collegamenti tra le conoscenze e le abilità introdotte in questa UA.



# Ricorda

► Le **frazioni** indicano il **rapporto** e il **quoziente** tra due numeri interi. Le frazioni in matematica vengono comunemente chiamate **numeri razionali**.

► Una frazione può essere considerata come un **operatore su grandezze**: il suo **denominatore** indica in quante parti si deve dividere la grandezza, il suo **numeratore** specifica quante di queste parti si devono considerare.

Per trovare il valore della frazione  $\frac{m}{n}$  di una grandezza o di una quantità, si divide l'intero (grandezza o quantità) in  $n$  parti uguali (cioè quante ne indica il denominatore) e si prendono  $m$  di queste parti (cioè quante ne indica il numeratore).

► Una **frazione** si dice **propria** se il numeratore è minore del denominatore.

Una **frazione** si dice **apparente** se il numeratore è multiplo del denominatore.

Una **frazione** si dice **impropria** se il numeratore è maggiore del denominatore.

Un **numero misto** è formato da un numero naturale, detto *parte intera*, più una frazione propria, detta *parte frazionaria*.

Due o più **frazioni** sono **equivalenti**, cioè hanno lo stesso valore, se dividendo il loro numeratore per il rispettivo denominatore si ottiene lo stesso numero.

Moltiplicando o dividendo sia il numeratore sia il denominatore di una frazione per uno stesso numero il valore della frazione non cambia.

Una **frazione** è **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni.

Una **frazione** è **irriducibile** se numeratore e denominatore sono primi tra loro.

Una **frazione** si dice **ridotta ai minimi termini** quando numeratore e denominatore sono primi tra loro.

► Per ordinare le frazioni bisogna ricordare che:

- se due o più frazioni hanno lo stesso denominatore, è *maggiore* quella che ha il numeratore maggiore
- se due o più frazioni hanno lo stesso numeratore, è *maggiore* quella che ha il denominatore minore
- una frazione impropria è sempre maggiore di una frazione propria

► La **somma di due o più frazioni** che hanno lo *stesso denominatore* è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la somma dei numeratori.

Per aggiungere tra loro due o più frazioni che hanno *denominatori diversi*, si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, quindi si addizionano tra loro i rispettivi numeratori.



- ▶ La **differenza tra due frazioni** che hanno lo stesso *denominatore*, e la prima è maggiore della seconda, è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la differenza dei numeratori.

Per sottrarre tra loro due frazioni che hanno *denominatori diversi*, e la prima è maggiore della seconda, si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, quindi si sottrae il numeratore del sottraendo dal numeratore del minuendo.

- ▶ Due **frazioni** si dicono **complementari** se la loro somma vale 1.

Il **prodotto di due o più frazioni** è una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori.

Una **frazione** si dice **reciproca**, o **inversa**, di una frazione data se, moltiplicata per quest'ultima, dà per risultato 1.

Per **dividere una frazione per un'altra** frazione (diversa da 0) si moltiplica la prima per l'inverso della seconda.

Per **elevare** una frazione a una data potenza, si elevano a quella potenza sia il numeratore sia il denominatore della frazione considerata.

- ▶ Per calcolare la frazione di un numero, o di una grandezza, basta **moltiplicare il numero**, o la grandezza, **per quella frazione**.

Per calcolare un numero o una grandezza, conoscendo il valore di una frazione, basta **dividere il numero**, o la grandezza data, **per quella frazione**.

# 1 Frazioni e unità frazionarie

1 Che cos'è un'unità frazionaria? .....

2 Una frazione indica il .....

## Vero o falso?

3 • Se il numeratore di una frazione è multiplo del denominatore, allora il valore del quoziente indicato dalla frazione è uguale a un numero naturale.  V  F

• Se il numeratore di una frazione è uguale al denominatore, allora la frazione ha valore 0.  V  F

• Se il numeratore di una frazione è uguale a 0 e il denominatore è diverso da 0, allora il valore del quoziente indicato dalla frazione è un numero naturale.  V  F

• Se il denominatore di una frazione è 1, allora il valore del quoziente indicato dalla frazione è uguale al numeratore.  V  F

4 • Una frazione si dice propria se il numeratore è maggiore del denominatore.  V  F

• Una frazione si dice impropria se il numeratore è maggiore o uguale al denominatore.  V  F

• Una frazione si dice apparente se il numeratore è maggiore del denominatore.  V  F

• Dividendo numeratore e denominatore di una frazione per uno stesso numero, diverso da 0, otteniamo una frazione equivalente a quella data.  V  F

• Moltiplicando numeratore e denominatore di una frazione per uno stesso numero, diverso da 0, otteniamo una frazione equivalente a quella data.  V  F

5 Che cosa significa semplificare una frazione? .....

6 Una frazione si dice ridotta ai minimi termini quando .....

## Scrivi le frazioni in cifre.

7 nove dodicesimi      quattro sestimi      un decimo      otto terzi

8 cinque terzi      un tredicesimo      diciassette dodicesimi      sei settimi

9 un ottavo      quindici trentesimi      trenta quindicesimi      sedici quinti

Scrivi le frazioni in lettere.

10  $\frac{1}{3}$     $\frac{3}{4}$     $\frac{5}{7}$     $\frac{4}{8}$     $\frac{2}{6}$     $\frac{8}{9}$     $\frac{7}{11}$

11  $\frac{3}{5}$     $\frac{7}{7}$     $\frac{6}{10}$     $\frac{9}{14}$     $\frac{10}{12}$     $\frac{15}{20}$     $\frac{12}{16}$

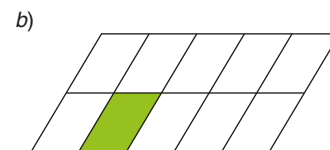
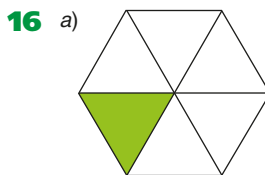
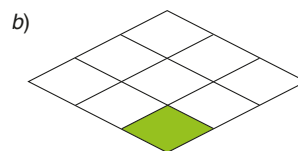
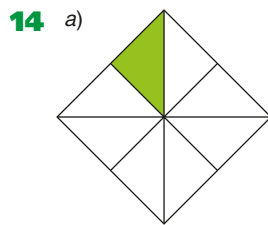
12 Scrivi il numeratore di ciascuna frazione:

$\frac{5}{8}$     $\frac{9}{10}$     $\frac{3}{14}$     $\frac{1}{9}$     $\frac{12}{19}$

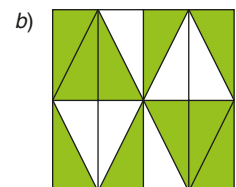
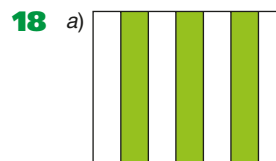
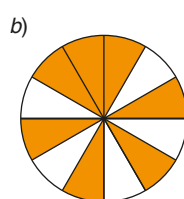
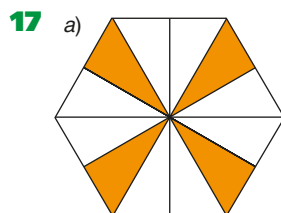
13 Scrivi il denominatore di ciascuna frazione:

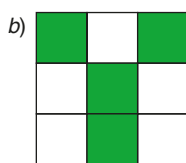
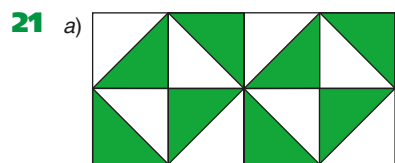
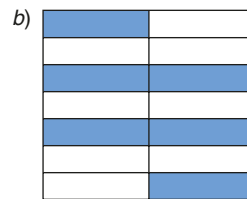
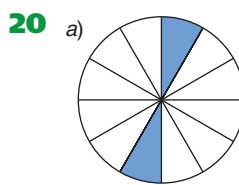
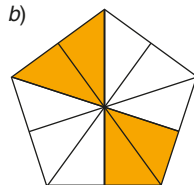
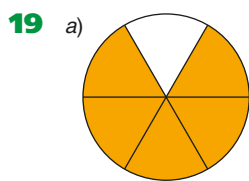
$\frac{1}{6}$     $\frac{4}{7}$     $\frac{7}{12}$     $\frac{4}{8}$     $\frac{11}{15}$

Osserva le figure: la parte colorata di ciascuna quale unità frazionaria rappresenta? E la parte non colorata quale frazione rappresenta?



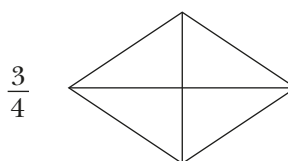
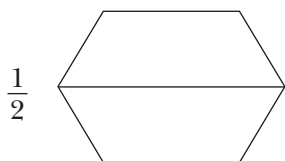
Per ogni figura indica con due frazioni, rispettivamente, quale parte dell'intera figura rappresentano la parte colorata e quella non colorata.



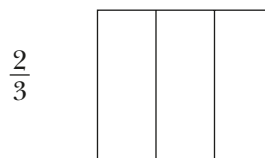
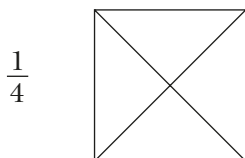


Colora di ciascuna figura la parte corrispondente alla frazione indicata a fianco.

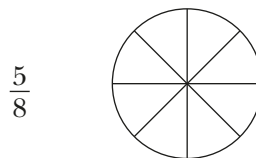
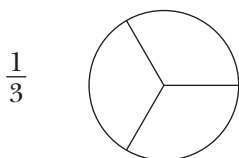
22



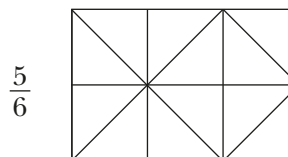
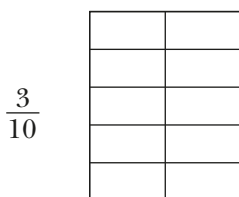
23



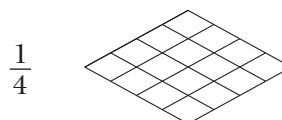
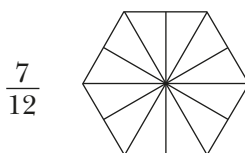
24



25

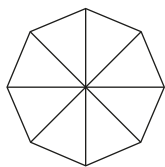


26

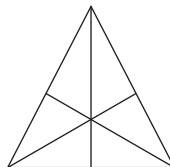


27

$$\frac{2}{8}$$

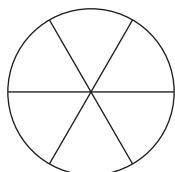


$$\frac{2}{3}$$

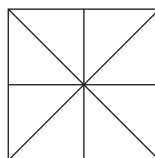


28

$$\frac{3}{6}$$



$$\frac{3}{4}$$



Rappresenta le frazioni con figure.

29 un mezzo    due terzi    quattro quinti    tre sestimi    due quarti

30 tre settimi    cinque decimi    sette ottavi    sei undicesimi    tredici quindicesimi

Completa le tabelle.

31

Frazione	Numeratore	Denominatore	Unità frazionaria
$\frac{6}{7}$	.....	.....	.....
$\frac{3}{8}$	.....	.....	.....
$\frac{5}{9}$	.....	.....	.....
$\frac{4}{13}$	.....	.....	.....
$\frac{9}{16}$	.....	.....	.....

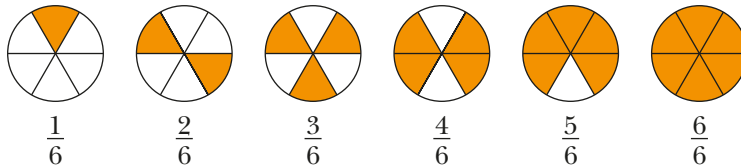
32

Frazione	Numeratore	Denominatore	Unità frazionaria
$\frac{7}{11}$	.....	.....	.....
$\frac{8}{15}$	.....	.....	.....
$\frac{11}{23}$	.....	.....	.....
$\frac{24}{29}$	.....	.....	.....
$\frac{18}{31}$	.....	.....	.....

**33** Riscrivi in successione le seguenti unità frazionarie:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{11} \quad \frac{1}{3}$$

**34** Osserva le figure. Perché i denominatori sono tutti uguali? Perché i numeratori sono tutti differenti?

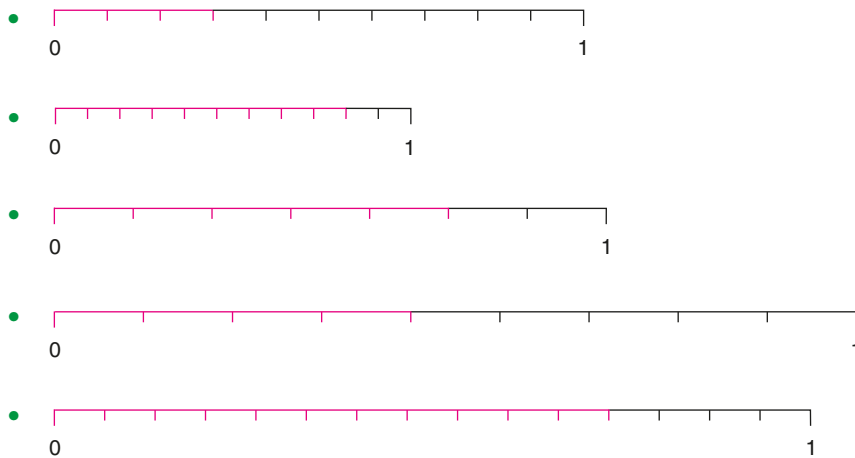


### La frazione come operatore su grandezze e su quantità

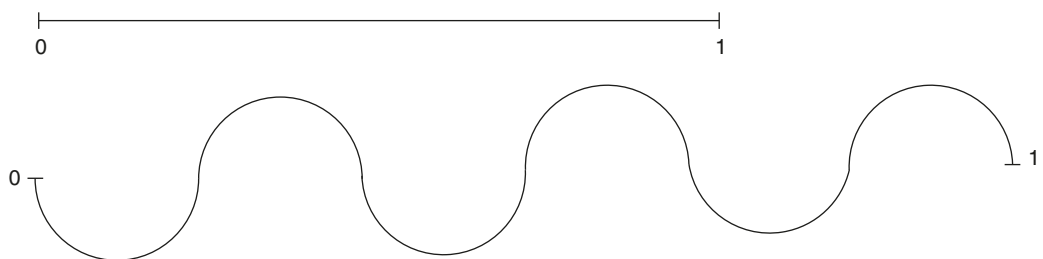
**35** Traccia un segmento lungo 50 mm e dividilo a metà; tracciane uno lungo 80 mm e dividilo in quarti; tracciane uno lungo 100 mm e dividilo in decimi.

**36** Disegna due segmenti a tua scelta e dividine uno in settimi e l'altro in ottavi.

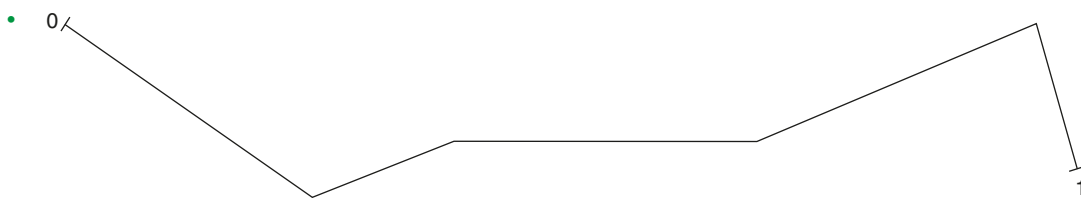
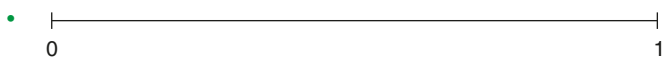
**37** Ciascuna di queste linee è stata divisa in parti uguali. Quale frazione è rappresentata in rosso su ciascuna linea?



**38** Copia le seguenti linee e colora i  $\frac{5}{6}$  di ciascuna linea.



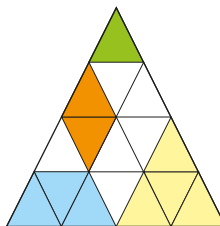
**39** Copia le seguenti linee e colora i  $\frac{3}{8}$  di ciascuna linea.



**40** Disegna un segmento lungo 108 mm e rappresentane in colore gli  $\frac{8}{9}$ .

**41** Disegna un segmento lungo 112 mm e rappresentane in colore gli  $\frac{11}{16}$ .

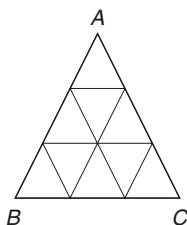
**42** Quale frazione dell'intera figura rappresenta ciascuna delle quattro figure colorate?



**43** Copia sei volte la figura e colora la parte del triangolo *ABC* rappresentata da ciascuna delle seguenti frazioni.

$\frac{1}{9}$        $\frac{2}{9}$        $\frac{1}{3}$

$\frac{4}{9}$        $\frac{5}{9}$        $\frac{2}{3}$



**44** Esprimi in frazioni di ora gli intervalli di tempo:

15 minuti      20 minuti      5 minuti      30 minuti  
10 minuti      40 minuti      6 minuti      45 minuti

**45** Scrivi a quale frazione di anno corrispondono i periodi di tempo:

una settimana      un mese      un semestre  
un bimestre      un trimestre      un quadrimestre

**46** Per ciascuna delle seguenti monete, scrivi la frazione che essa rappresenta della moneta da € 1.



- 47** Quale frazione della banconota da 100 euro rappresentano le banconote da 5, 10, 20 e 50 euro?
- 48** Quale frazione di una dozzina di uova rappresentano 2 uova, 3 uova, 4 uova, 5 uova, 6 uova?

*Trascrivi e completa, sostituendo ai puntini la frazione opportuna.*

- 49** 250 m sono ..... di 1 km  
 50 cm sono ..... di 1 m  
 20 cm sono ..... di 1 m  
 50 m sono ..... di 1 km
- 50** 25 g sono ..... di 1 hg  
 125 g sono ..... di 1 kg  
 5 kg sono ..... di 1 q  
 5 mg sono ..... di 1 g

*Completa, sostituendo ai puntini la quantità richiesta.*

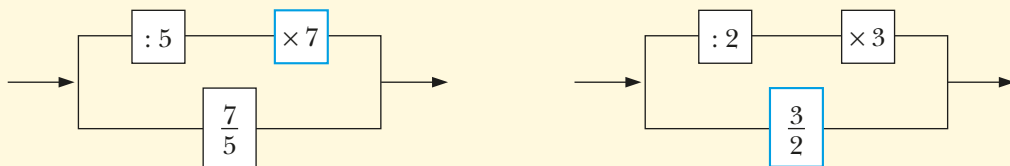
- 51**  $\frac{3}{8}$  di 72 caramelle = .....       $\frac{3}{10}$  di 60 libri = .....  
 $\frac{5}{7}$  di 63 figurine = .....       $\frac{2}{20}$  di 100 ragazzi = .....  
 $\frac{6}{9}$  di 81 palline = .....       $\frac{5}{15}$  di 45 euro = .....

**esercizio svolto**

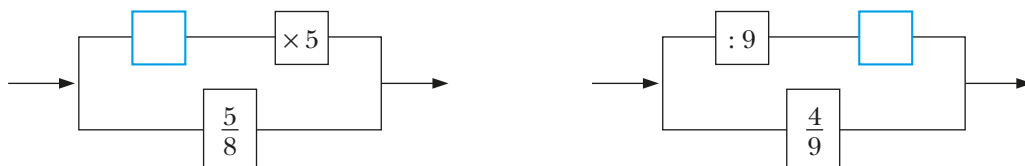
$\frac{2}{6}$  di 24 cioccolatini = 8

*Inserisci negli spazi delimitati in colore le operazioni o l'operatore frazionario mancanti.*

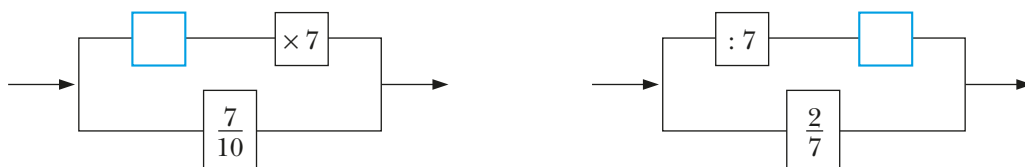
**esercizio svolto**



**52**

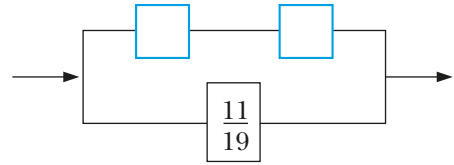
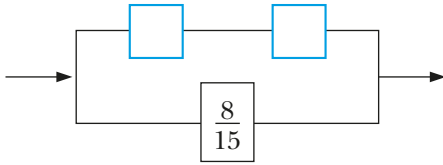


**53**

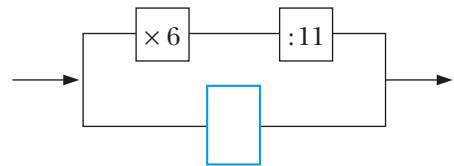
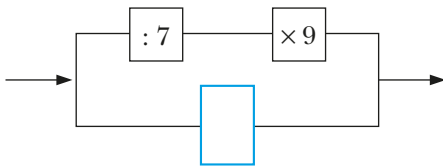




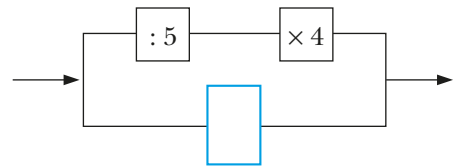
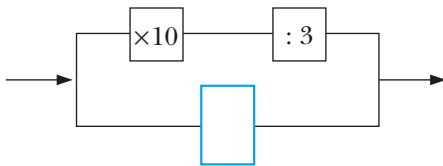
54



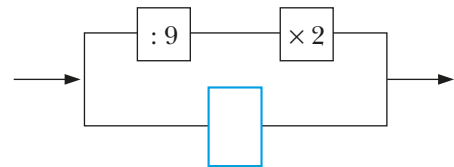
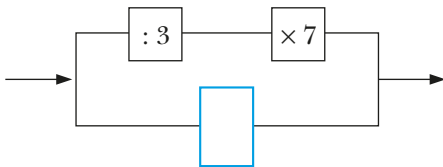
55



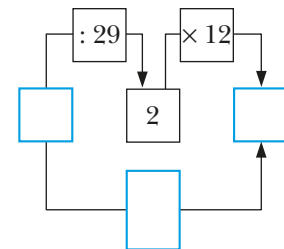
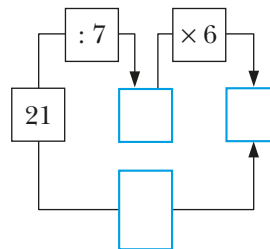
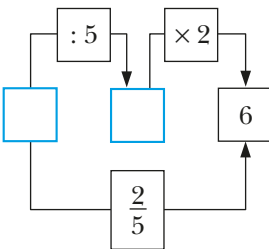
56



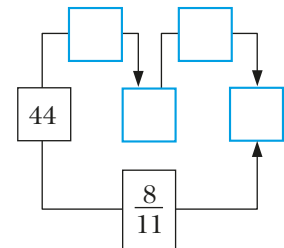
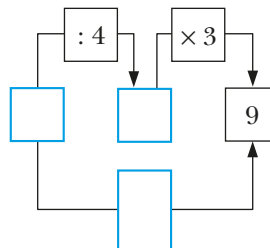
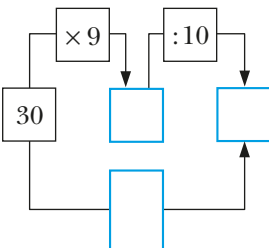
57



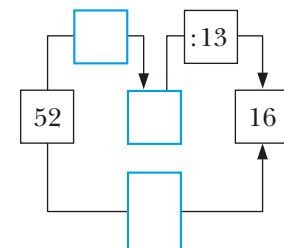
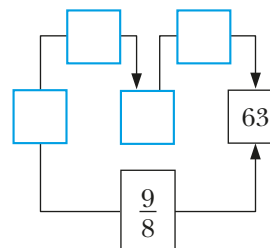
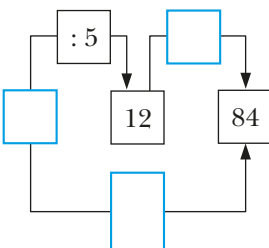
58



59



60



## La frazione come divisione

**61** Esprimi come frazione ciascuna delle seguenti divisioni:

$$5 : 3 \quad 2 : 7 \quad 10 : 9 \quad 13 : 2 \quad 1 : 4 \quad 6 : 11 \quad 8 : 17 \quad 19 : 10$$

*Riscrivi le seguenti espressioni numeriche, sostituendo a ogni operazione di divisione la frazione corrispondente.*

$$\begin{array}{ll} \mathbf{62} & 5 : 4 + 1 \\ & 10 - 6 : 5 + 3 : 8 \\ & 1 : 3 + 1 : 2 + 5 : 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{63} \quad 7 : 10 \times 2 - 2 : 5 \\ 8 + 7 : 4 - 5 : 2 \times 3 \\ (1 - 6 : 11)^2 \times (11 : 10) \end{array}$$

*Completa le uguaglianze, sostituendo ai quadratini i numeri giusti.*

$$\mathbf{64} \quad \square : 7 = 3 \quad 1 : \square = 0,5 \quad 7 : 4 = \square \quad \mathbf{67} \quad 100 : \square = 2 \quad \frac{3}{\square} = 1 \quad \frac{\square}{12} = 1,5$$

$$\mathbf{65} \quad \frac{\square}{2} = 9 \quad \frac{12}{\square} = 2,4 \quad \frac{40}{8} = \square \quad \mathbf{68} \quad 350 : \square = 3,5 \quad \frac{65}{\square} = 5 \quad \frac{\square}{11} = 7$$

$$\mathbf{66} \quad \square : 8 = 1,25 \quad \frac{\square}{4} = 0,75 \quad 6 : \square = 0,6$$

*Trasforma in numeri decimali, approssimati se necessario ai centesimi, le seguenti unità frazionarie.*

$$\mathbf{69} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{10} \quad \mathbf{70} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{11}$$

**71** Quali delle seguenti frazioni e divisioni non hanno senso? Che cosa puoi dire del valore di ciascuna delle altre?

$$\frac{0}{5} \quad 0 : 8 \quad \frac{3}{0} \quad 7 : 0 \quad 0 : 0$$

## 2 Frazioni proprie, apparenti e improprie

*Completa le frazioni in modo tale da ottenere frazioni proprie.*

$$\mathbf{72} \quad \frac{\dots}{4} \quad \frac{\dots}{7} \quad \frac{\dots}{5} \quad \frac{\dots}{9} \quad \frac{\dots}{2} \quad \frac{\dots}{3} \quad \mathbf{73} \quad \frac{5}{\dots} \quad \frac{8}{\dots} \quad \frac{3}{\dots} \quad \frac{4}{\dots} \quad \frac{6}{\dots} \quad \frac{2}{\dots}$$

**74** Scrivi 10 frazioni proprie che abbiano il denominatore superiore a 10.

**75** Scrivi 10 frazioni proprie che abbiano il numeratore superiore a 10.

*Indica quali, tra le seguenti, sono frazioni proprie.*

$$\mathbf{76} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{32}{7} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{18}{9} \quad \frac{5}{7}$$

$$\mathbf{77} \quad \frac{7}{14} \quad \frac{12}{25} \quad \frac{8}{2} \quad \frac{4}{16} \quad \frac{11}{17} \quad \frac{9}{4}$$

**78** Completa le seguenti proposizioni.

..... mezzi fanno un intero:  $\frac{\dots}{2} = 1$

..... sestini fanno un intero:  $\frac{\dots}{6} = 1$

..... terzi fanno un intero:  $\frac{\dots}{3} = 1$

..... decimi fanno un intero:  $\frac{\dots}{10} = 1$

..... quarti fanno un intero:  $\frac{\dots}{4} = 1$

..... centesimi fanno un intero:  $\frac{\dots}{100} = 1$

**Indica quali, tra le seguenti frazioni, corrispondono all'unità.**

**79**  $\frac{3}{4}$   $\frac{3}{3}$   $\frac{6}{2}$   $\frac{4}{4}$   $\frac{7}{8}$   $\frac{20}{20}$

**80**  $\frac{8}{8}$   $\frac{9}{10}$   $\frac{10}{2}$   $\frac{5}{5}$   $\frac{37}{10}$   $\frac{100}{100}$

**Scrivi come numero intero ciascuna delle seguenti frazioni.**

**81**  $\frac{21}{3}$   $\frac{45}{9}$   $\frac{80}{10}$   $\frac{56}{8}$   $\frac{40}{5}$   $\frac{176}{8}$

**82**  $\frac{77}{11}$   $\frac{78}{6}$   $\frac{35}{7}$   $\frac{108}{4}$   $\frac{81}{9}$   $\frac{165}{15}$

**83** 6 mezzi      8 quarti      30 decimi      18 terzi      25 quinti

**84** 32 ottavi      48 sestini      72 noni      24 quarti      42 settimi

**Completa le seguenti espressioni, sostituendo al quadratino il più piccolo numero che renda apparente ciascuna frazione.**

• **85**  $\frac{3 + \square}{7}$        $\frac{7 + \square}{9}$        $\frac{9 - \square}{8}$        $\frac{1 + \square}{3}$

• **86**  $\frac{5 - \square}{3}$        $\frac{\square + 1}{4}$        $\frac{\square - 2}{5}$        $\frac{3 + \square}{6}$

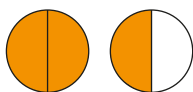
• **87**  $\frac{\square - 2}{2}$        $\frac{3 + \square}{10}$        $\frac{5 + \square}{2}$        $\frac{15 - \square}{7}$

• **88**  $\frac{19 + \square}{11}$        $\frac{7 + \square}{4}$        $\frac{15 + \square}{12}$        $\frac{13 + \square}{5}$

• **89**  $\frac{20 + \square}{6}$        $\frac{30 - \square}{8}$        $\frac{65 - \square}{9}$        $\frac{35 - \square}{11}$

**Osserva le figure e rispondi.**

**90**



Quanti mezzi ci sono in  $1 + \frac{1}{2}$ ? .....

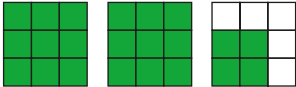
**91**



Quanti terzi ci sono in  $2 + \frac{2}{3}$ ? .....

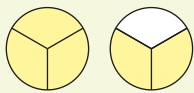
**92**  Quanti quinti ci sono in 2 ?

**93**  Quanti quarti ci sono in  $3 + \frac{3}{4}$  ?

**94**  Quanti noni ci sono in  $2 + \frac{4}{9}$  ?

**STOP** ricorda

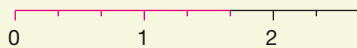
I cerchi colorati mostrano che:



$$\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

*frazione impropria*
*numero misto*

La rappresentazione seguente ha lo stesso significato:



**Trasforma i seguenti numeri misti in frazioni improprie, sostituendo ai quadratini i giusti numeratori.**

**95**  $1 + \frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$       $1 + \frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$       $1 + \frac{3}{4} = \frac{\square}{4}$

**96**  $1 + \frac{2}{5} = \frac{\square}{5}$       $1 + \frac{4}{5} = \frac{\square}{5}$       $3 + \frac{2}{9} = \frac{\square}{9}$

**97**  $10 + \frac{1}{5} = \frac{\square}{5}$       $4 + \frac{29}{100} = \frac{\square}{100}$       $2 + \frac{1}{6} = \frac{\square}{6}$

**98**  $4 + \frac{1}{8} = \frac{\square}{8}$       $6 + \frac{3}{8} = \frac{\square}{8}$       $35 + \frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$

**99**  $3 + \frac{3}{4} = \frac{\square}{4}$       $7 + \frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$       $9 + \frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$

**100**  $15 + \frac{3}{4} = \frac{\square}{4}$       $4 + \frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$       $3 + \frac{5}{8} = \frac{\square}{8}$

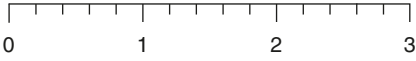
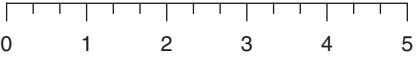
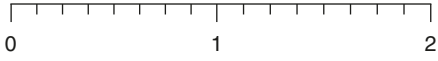
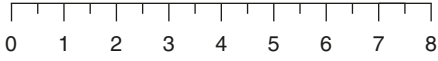
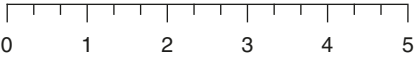
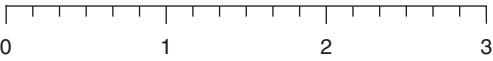
**101**  $8 + \frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$       $21 + \frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$       $2 + \frac{7}{8} = \frac{\square}{8}$

**102**  $2 + \frac{3}{11} = \frac{\square}{11}$       $6 + \frac{3}{10} = \frac{\square}{10}$       $3 + \frac{9}{13} = \frac{\square}{13}$

Trasforma in numero misto le seguenti frazioni improprie, sostituendo ai quadratini i giusti numeratori.

- **103**  $\frac{11}{6} = 1 + \frac{\square}{6}$        $\frac{53}{12} = 4 + \frac{\square}{12}$        $\frac{97}{10} = 9 + \frac{\square}{10}$
- **104**  $\frac{26}{7} = 3 + \frac{\square}{7}$        $\frac{19}{3} = 6 + \frac{\square}{3}$        $\frac{23}{4} = 5 + \frac{\square}{4}$
- **105**  $\frac{64}{9} = 7 + \frac{\square}{9}$        $\frac{17}{6} = 2 + \frac{\square}{6}$        $\frac{11}{5} = 2 + \frac{\square}{5}$
- **106**  $\frac{59}{12} = 4 + \frac{\square}{12}$        $\frac{51}{4} = 12 + \frac{\square}{4}$        $\frac{57}{5} = 11 + \frac{\square}{5}$
- **107**  $\frac{82}{15} = 5 + \frac{\square}{15}$        $\frac{99}{13} = 7 + \frac{\square}{13}$        $\frac{77}{17} = 4 + \frac{\square}{17}$
- **108**  $\frac{83}{10} = 8 + \frac{\square}{10}$        $\frac{50}{3} = 16 + \frac{\square}{3}$        $\frac{67}{8} = 8 + \frac{\square}{8}$
- **109**  $\frac{74}{15} = 4 + \frac{\square}{15}$        $\frac{71}{6} = 11 + \frac{\square}{6}$        $\frac{50}{9} = 5 + \frac{\square}{9}$

Scrivi al posto dei quadratini il numero giusto. Evidenzia poi con il colore il tratto della retta graduata che corrisponde al valore della frazione o del numero misto.

- 110**  $2 + \frac{3}{5} = \frac{\square}{5}$       
- 111**  $\frac{\square}{3} = 4$       
- 112**  $1 + \frac{5}{8} = \frac{\square}{8}$       
- 113**  $7 + \frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$       
- 114**  $3 + \frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$       
- 115**  $\frac{\square}{6} = 2 + \frac{1}{6}$       

Scrivi come frazione impropria ciascuna delle seguenti espressioni.

- 116** Due e tre quarti      Tre e quattro quinti      Cinque e un ottavo
- 117** Sette e due terzi      Sei e cinque settimi      Nove e cinque sestimi

Scrivi ciascuna delle seguenti frazioni improprie come numero misto.

**118**  $\frac{4}{3}$     $\frac{30}{7}$     $\frac{7}{2}$     $\frac{8}{5}$     $\frac{9}{4}$

**119**  $\frac{23}{6}$     $\frac{28}{5}$     $\frac{19}{2}$     $\frac{25}{6}$     $\frac{38}{7}$

**120**  $\frac{39}{8}$     $\frac{41}{9}$     $\frac{45}{8}$     $\frac{37}{4}$     $\frac{33}{5}$

**121**  $\frac{89}{10}$     $\frac{37}{11}$     $\frac{27}{2}$     $\frac{47}{9}$     $\frac{29}{5}$

**122**  $\frac{45}{7}$     $\frac{58}{9}$     $\frac{51}{11}$     $\frac{87}{20}$     $\frac{41}{15}$

**123**  $\frac{61}{14}$     $\frac{33}{6}$     $\frac{73}{16}$     $\frac{48}{9}$     $\frac{53}{3}$

• **124**  $\frac{95}{4}$     $\frac{44}{10}$     $\frac{93}{5}$     $\frac{68}{12}$     $\frac{66}{15}$

• **125**  $\frac{66}{18}$     $\frac{100}{8}$     $\frac{361}{100}$     $\frac{127}{4}$     $\frac{150}{12}$

Scrivi come numero misto ciascuna delle seguenti espressioni.

**126** 9 mezzi   7 terzi   11 quinti   13 quarti   17 sestimi

**127** 27 ottavi   47 decimi   33 settimi   50 noni   29 quarti

Esamina le frazioni e riscrivile, distinguendo le frazioni proprie da quelle improprie e da quelle apparenti. Scrivi poi ciascuna delle frazioni improprie come numero misto e ciascuna delle frazioni apparenti come numero intero.

**128**  $\frac{5}{4}$     $\frac{13}{7}$     $\frac{3}{8}$     $\frac{10}{9}$     $\frac{6}{2}$     $\frac{5}{6}$     $\frac{1}{3}$

**129**  $\frac{13}{30}$     $\frac{25}{5}$     $\frac{7}{6}$     $\frac{6}{7}$     $\frac{48}{8}$     $\frac{23}{11}$     $\frac{9}{10}$

**130**  $\frac{11}{7}$     $\frac{63}{9}$     $\frac{27}{25}$     $\frac{2}{13}$     $\frac{100}{25}$     $\frac{1}{2}$     $\frac{18}{3}$

**131**  $\frac{36}{4}$     $\frac{8}{12}$     $\frac{21}{15}$     $\frac{110}{10}$     $\frac{17}{8}$     $\frac{19}{20}$     $\frac{4}{24}$

Riscrivi le frazioni, sostituendo ai quadratini numeri opportuni per far sì che esse siano tutte: proprie; improprie; apparenti.


• **132**  $\frac{\square}{8}$     $\frac{\square}{11}$     $\frac{3}{\square}$     $\frac{12}{\square}$     $\frac{\square}{12}$


• **133**  $\frac{15}{\square}$     $\frac{\square}{15}$     $\frac{\square}{7}$     $\frac{8}{\square}$     $\frac{\square}{2}$


- **134** Scrivi tutte le frazioni proprie che hanno per denominatore i primi sei numeri naturali. Potresti scrivere, con gli stessi denominatori, tutte le frazioni apparenti o tutte le frazioni improprie?


### 3 Frazioni equivalenti e proprietà invariante delle frazioni

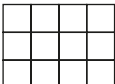
Colora le frazioni indicate e rispondi alle domande.


**135**  Colora  $\frac{1}{2}$ . Quanti quarti sono stati colorati?

**136**  Colora  $\frac{1}{2}$ . Quanti ottavi sono stati colorati?



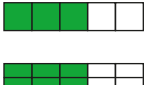
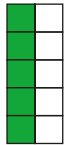
**137**  Colora  $\frac{1}{3}$ . Quanti sestimi sono stati colorati?

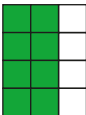

**138**  Colora  $\frac{2}{3}$ . Quanti sestimi sono stati colorati?

**139**  Colora  $\frac{3}{4}$ . Quanti dodicesimi sono stati colorati?

**140**  Colora  $\frac{3}{4}$ . Quanti ottavi sono stati colorati?

Completa.

**141**   $\frac{1}{2} = \frac{\square}{6}$        $\frac{3}{9} = \frac{\square}{3}$      **142**   $\frac{3}{5} = \frac{\square}{10}$        $\frac{1}{2} = \frac{\square}{10}$

**143**   $\frac{8}{12} = \frac{\square}{3}$        $\frac{5}{6} = \frac{\square}{12}$

**144** Individua nel seguente gruppo le frazioni equivalenti tra loro.

$\frac{4}{6}$     $\frac{5}{7}$     $\frac{12}{18}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{2}{10}$     $\frac{15}{25}$

Completa le coppie di frazioni equivalenti.

**145**  $\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 4} \frac{\square}{8}$   
 $\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 4} \frac{\square}{8}$

**esercizio svolto**

$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{9}$   
 $\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{9}$

$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20}$   
 $\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20}$

**146**

$$\frac{1}{6} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 2} \\ = \\ \xleftarrow{\times 2} \end{array} \frac{\square}{12}$$

**147**

$$\frac{1}{4} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 3} \\ = \\ \xleftarrow{\times 3} \end{array} \frac{3}{\square}$$

**148**

$$\frac{2}{7} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 2} \\ = \\ \xleftarrow{\times 2} \end{array} \frac{\square}{14}$$

**149**

$$\frac{4}{5} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 3} \\ = \\ \xleftarrow{\times 3} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

**150**

$$\frac{4}{12} \begin{array}{c} \xrightarrow{: 4} \\ = \\ \xleftarrow{: 4} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

**151**

$$\frac{7}{14} \begin{array}{c} \xrightarrow{: 7} \\ = \\ \xleftarrow{: 7} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

**152**

$$\frac{20}{25} \begin{array}{c} \xrightarrow{: 5} \\ = \\ \xleftarrow{: 5} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

**153**

$$\frac{25}{30} \begin{array}{c} \xrightarrow{: 5} \\ = \\ \xleftarrow{: 5} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

**154**

$$\frac{30}{40} \begin{array}{c} \xrightarrow{: 10} \\ = \\ \xleftarrow{: 10} \end{array} \frac{\square}{\square}$$

Completa scrivendo i numeri mancanti.

**155**  $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{\square}{8}$     $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{\square}{14}$    **156**  $\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{\square}{12}$     $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{\square}$

**157**  $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{\square}{\square}$    **158**  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{\square}{\square}$

**159**  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 5}{5 \times 5} = \frac{\square}{\square}$    **160**  $\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{\square}$     $\frac{25}{30} = \frac{25 : 5}{30 : 5} = \frac{\square}{6}$

**161**  $\frac{7}{14} = \frac{7 : 7}{14 : 7} = \frac{\square}{2}$     $\frac{24}{28} = \frac{24 : 4}{28 : 4} = \frac{\square}{7}$    **162**  $\frac{20}{25} = \frac{20 : 5}{25 : 5} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{28}{40} = \frac{28 : 4}{40 : 4} = \frac{\square}{\square}$

**163**  $\frac{30}{40} = \frac{30 : 10}{40 : 10} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{\square}{\square}$    **164**  $\frac{24}{64} = \frac{24 : 8}{64 : 8} = \frac{\square}{\square}$     $\frac{22}{33} = \frac{22 : 11}{33 : 11} = \frac{\square}{\square}$

**165** Rispondi ai seguenti quesiti.

- a) Ci sono 16 tazze e Federica ne ha lavate la metà. Quante tazze ha lavato?  
 b) Ci sono 16 tazze e Giovanna ne ha lavate i due quarti. Quante tazze ha lavato?

Copia e completa:  $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$

**166** Rispondi ai seguenti quesiti.

- a) Filippo ha mangiato un terzo di 24 caramelle. Quante ne ha mangiate?  
 b) Alessandro ha mangiato due sestimi di 24 caramelle. Quante ne ha mangiate?  
 c) Nicola ha mangiato quattro dodicesimi di 24 caramelle. Quante ne ha mangiate?

Copia e completa:  $\frac{1}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{12}$



Individua, tra le seguenti coppie di frazioni, come è stata applicata la proprietà invariantiva.

- **167**  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{15}{18}$      $\frac{10}{11}$  e  $\frac{50}{55}$      $\frac{8}{10}$  e  $\frac{4}{5}$      $\frac{36}{48}$  e  $\frac{3}{4}$
- **168**  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{9}{12}$      $\frac{7}{6}$  e  $\frac{35}{30}$      $\frac{33}{15}$  e  $\frac{11}{5}$      $\frac{45}{27}$  e  $\frac{5}{3}$

**esercizio svolto**

$$\frac{6}{8} \text{ e } \frac{24}{32} \quad \frac{6}{8} = \frac{6 \times 4}{8 \times 4} = \frac{24}{32}$$

Completa in modo che le frazioni di ogni esercizio siano tutti equivalenti.

**169**  $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{6} = \frac{4}{\square} = \frac{\square}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{\square} = \frac{\square}{16}$

**170**  $\frac{1}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{\square}{15} = \frac{\square}{18} = \frac{7}{21} = \frac{8}{\square}$

**171**  $\frac{2}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{9} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{15} = \frac{12}{\square} = \frac{14}{\square} = \frac{16}{\square}$

**172**  $\frac{1}{4} = \frac{2}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{\square}{16} = \frac{5}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{\square}{28} = \frac{\square}{32}$

**173**  $\frac{3}{4} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{12}{\square} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{\square}{28} = \frac{\square}{32}$

**174**  $\frac{2}{5} = \frac{\square}{10} = \frac{6}{\square} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{25} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{35} = \frac{16}{\square}$

Completa le uguaglianze, che definiscono coppie di frazioni equivalenti.

**175**  $\frac{1}{4} = \frac{\square}{12}$      $\frac{2}{6} = \frac{\square}{3}$      $\frac{18}{27} = \frac{2}{\square}$      $\frac{56}{96} = \frac{7}{\square}$

**176**  $\frac{3}{8} = \frac{9}{\square}$      $\frac{3}{5} = \frac{\square}{25}$      $\frac{4}{5} = \frac{8}{\square}$      $\frac{5}{6} = \frac{15}{\square}$

**177**  $\frac{1}{5} = \frac{4}{\square}$      $\frac{6}{10} = \frac{3}{\square}$      $\frac{7}{10} = \frac{\square}{50}$      $\frac{3}{7} = \frac{\square}{56}$

**178**  $\frac{3}{4} = \frac{\square}{16}$      $\frac{10}{15} = \frac{2}{\square}$      $\frac{30}{100} = \frac{3}{\square}$      $\frac{1}{3} = \frac{20}{\square}$

**179**  $\frac{4}{5} = \frac{\square}{20}$      $\frac{20}{30} = \frac{2}{\square}$      $\frac{4}{7} = \frac{\square}{63}$      $\frac{300}{800} = \frac{\square}{8}$

**180**  $\frac{1}{6} = \frac{3}{\square}$      $\frac{12}{18} = \frac{\square}{3}$      $\frac{55}{66} = \frac{5}{\square}$      $\frac{56}{63} = \frac{\square}{9}$

**181**  $\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$      $\frac{10}{22} = \frac{\square}{11}$      $\frac{7}{8} = \frac{\square}{32}$      $\frac{7}{13} = \frac{\square}{52}$

**182**  $\frac{3}{8} = \frac{6}{\square}$      $\frac{5}{7} = \frac{35}{\square}$      $\frac{4}{5} = \frac{400}{\square}$      $\frac{44}{55} = \frac{4}{\square}$

**183**  $\frac{6}{7} = \frac{\square}{28}$      $\frac{5}{8} = \frac{\square}{48}$      $\frac{36}{48} = \frac{\square}{4}$      $\frac{63}{108} = \frac{7}{\square}$

**184**  $\frac{24}{36} = \frac{2}{\square}$      $\frac{22}{33} = \frac{2}{\square}$      $\frac{24}{64} = \frac{3}{\square}$      $\frac{28}{40} = \frac{\square}{10}$

**185** Scrivi quattro frazioni equivalenti a ciascuna delle seguenti.

$\frac{2}{5}$      $\frac{3}{4}$      $\frac{6}{8}$      $\frac{1}{10}$      $\frac{2}{20}$      $\frac{6}{15}$

*Completa in modo che le frazioni di ogni esercizio siano frazioni apparenti fra loro equivalenti.*

**186**  $2 = \frac{\square}{3} = \frac{\square}{5} = \frac{14}{\square} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{4} = \frac{4}{\square}$     **187**  $3 = \frac{15}{\square} = \frac{21}{\square} = \frac{\square}{6} = \frac{6}{\square} = \frac{9}{\square} = \frac{\square}{4}$

**188**  $4 = \frac{\square}{4} = \frac{24}{\square} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{3} = \frac{20}{\square} = \frac{\square}{7}$     **189**  $5 = \frac{\square}{5} = \frac{\square}{4} = \frac{30}{\square} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{3} = \frac{35}{\square}$

**190**  $6 = \frac{42}{\square} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{2} = \frac{24}{\square} = \frac{\square}{5} = \frac{18}{\square}$     **191**  $7 = \frac{42}{\square} = \frac{\square}{5} = \frac{\square}{3} = \frac{49}{\square} = \frac{\square}{4} = \frac{14}{\square}$

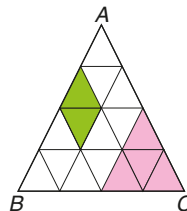
*Tra le frazioni di ciascun esercizio, individua quelle equivalenti alla prima.*

**192**  $\frac{10}{12}$      $\frac{25}{35}$      $\frac{12}{14}$      $\frac{20}{24}$      $\frac{20}{28}$      $\frac{55}{77}$

**193**  $\frac{3}{6}$      $\frac{13}{39}$      $\frac{2}{9}$      $\frac{7}{21}$      $\frac{4}{6}$      $\frac{8}{24}$      $\frac{17}{51}$

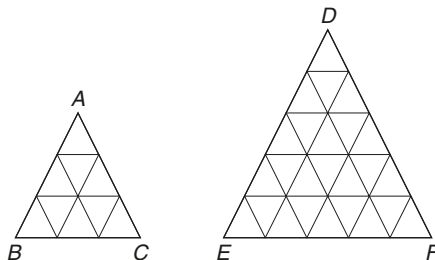
**194**  $\frac{33}{121}$      $\frac{9}{33}$      $\frac{81}{121}$      $\frac{10}{77}$      $\frac{10}{18}$      $\frac{27}{99}$      $\frac{6}{14}$

**195** Scrivi cinque frazioni fra loro equivalenti che esprimano quale parte del triangolo ABC rappresenta il rombo colorato. Fai lo stesso per il triangolo colorato.

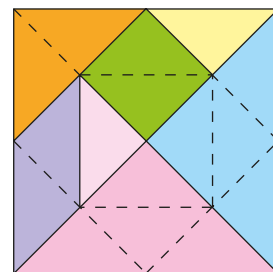


- 196** Riproduci due volte la figura dell'esercizio 195 e colora due figure geometriche diverse, ciascuna equivalente a  $\frac{1}{2}$  del triangolo ABC.

- **197** Riproduci i due triangoli. Colora in  $ABC$  una figura geometrica equivalente ai  $\frac{6}{25}$  di  $DEF$  e colora in  $DEF$  una figura geometrica equivalente ai  $\frac{2}{3}$  di  $ABC$ . Confronta le due figure e fai le tue osservazioni. Quale parte di  $DEF$  rappresenterebbe il triangolo  $ABC$ ?



- **198** Scrivi quale frazione dell'intera figura rappresenta ciascuna delle sette figure geometriche costituenti il gioco del tangram.



### Semplificazione di una frazione e riduzione ai minimi termini

- 199** Stabilisci quali, tra le seguenti frazioni, sono riducibili ai minimi termini.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{15}{18} \quad \frac{7}{11} \quad \frac{32}{48} \quad \frac{42}{63} \quad \frac{11}{23} \quad \frac{9}{17} \quad \frac{48}{54}$$

Semplifica le frazioni, utilizzando la proprietà invariantiva.

**esercizio svolto**

**200**  $\frac{15}{18} \quad \frac{15}{45} \quad \frac{32}{48} \quad \frac{50}{55} \quad \frac{42}{63}$

$$\frac{4}{6} \quad \frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$$

**201**  $\frac{8}{10} \quad \frac{18}{24} \quad \frac{36}{48} \quad \frac{42}{126} \quad \frac{16}{60}$

**202**  $\frac{15}{21} \quad \frac{18}{36} \quad \frac{72}{80} \quad \frac{16}{36} \quad \frac{16}{40}$

**203**  $\frac{9}{12} \quad \frac{32}{40} \quad \frac{54}{63} \quad \frac{9}{18} \quad \frac{33}{36}$

**204**  $\frac{12}{32} \quad \frac{12}{40} \quad \frac{42}{77} \quad \frac{30}{35} \quad \frac{35}{42}$

**205**  $\frac{6}{36} \quad \frac{18}{48} \quad \frac{45}{65} \quad \frac{20}{36} \quad \frac{15}{27}$

**206**  $\frac{45}{72} \quad \frac{48}{78} \quad \frac{48}{84} \quad \frac{78}{15} \quad \frac{195}{52}$

- 207** Semplifica dividendo numeratore e denominatore per due.

$$\frac{12}{32} \quad \frac{16}{40} \quad \frac{30}{48} \quad \frac{24}{42} \quad \frac{12}{18} \quad \frac{20}{30}$$

- Le frazioni ottenute possono essere ancora semplificate con ulteriori divisioni? Se sì, opera.

*Riduci le frazioni ai minimi termini, con successive semplificazioni.*

**208**  $\frac{18}{30}$     $\frac{36}{81}$     $\frac{39}{52}$     $\frac{54}{72}$     $\frac{56}{84}$     $\frac{32}{22}$     $\frac{40}{20}$

**209**  $\frac{60}{108}$     $\frac{63}{144}$     $\frac{72}{120}$     $\frac{80}{32}$     $\frac{90}{162}$     $\frac{120}{24}$     $\frac{48}{104}$

**210**  $\frac{96}{144}$     $\frac{105}{135}$     $\frac{105}{168}$     $\frac{108}{132}$     $\frac{126}{140}$     $\frac{575}{60}$     $\frac{135}{15}$

**211**  $\frac{150}{250}$     $\frac{165}{132}$     $\frac{175}{325}$     $\frac{176}{66}$     $\frac{192}{264}$     $\frac{42}{105}$     $\frac{176}{66}$

**212**  $\frac{210}{546}$     $\frac{224}{252}$     $\frac{245}{175}$     $\frac{350}{525}$     $\frac{400}{600}$     $\frac{330}{462}$     $\frac{648}{756}$

*Riduci le frazioni ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per il loro MCD.*

**213**  $\frac{5}{15}$     $\frac{12}{88}$     $\frac{24}{42}$     $\frac{30}{48}$     $\frac{36}{54}$

**214**  $\frac{6}{24}$     $\frac{18}{36}$     $\frac{20}{30}$     $\frac{42}{96}$     $\frac{45}{60}$

**215**  $\frac{34}{136}$     $\frac{60}{180}$     $\frac{78}{156}$     $\frac{96}{240}$     $\frac{81}{252}$

**216**  $\frac{594}{648}$     $\frac{516}{758}$     $\frac{125}{375}$     $\frac{126}{702}$     $\frac{888}{962}$

• **217**  $\frac{495}{585}$     $\frac{567}{729}$     $\frac{600}{888}$     $\frac{825}{900}$     $\frac{125}{1000}$

• **218**  $\frac{840}{1440}$     $\frac{822}{6900}$     $\frac{450}{3150}$     $\frac{3750}{4263}$     $\frac{1825}{5475}$

## 4 L'ordinamento delle frazioni

**219** Vero o falso?

- Per confrontare due frazioni che hanno numeratore e denominatore diversi, devo prima ridurle allo stesso denominatore, poi confrontare tra loro i numeratori.
- Per confrontare due frazioni che hanno numeratore e denominatore diversi, devo prima ridurle allo stesso denominatore, poi confrontare tra loro i denominatori.
- Di due frazioni che hanno lo stesso denominatore è maggiore quella con numeratore minore.
- Di due frazioni che hanno lo stesso numeratore, è maggiore quella con denominatore minore.

V    F

V    F

V    F

V    F

## Frazioni con lo stesso denominatore e frazioni con lo stesso numeratore

Individua in ogni coppia la frazione maggiore.

**220**  $\frac{5}{9} \circ \frac{7}{9}$      $\frac{11}{6} \circ \frac{7}{6}$      $\frac{8}{13} \circ \frac{4}{13}$

**221**  $\frac{6}{8} \circ \frac{4}{8}$      $\frac{5}{11} \circ \frac{8}{11}$      $\frac{19}{25} \circ \frac{16}{25}$

**222**  $\frac{3}{10} \circ \frac{8}{10}$      $\frac{14}{18} \circ \frac{12}{18}$      $\frac{20}{31} \circ \frac{30}{31}$

**223**  $\frac{1}{6} \circ \frac{1}{3}$      $\frac{1}{5} \circ \frac{1}{6}$      $\frac{1}{10} \circ \frac{1}{8}$

**224**  $\frac{3}{5} \circ \frac{3}{8}$      $\frac{2}{10} \circ \frac{2}{6}$      $\frac{5}{12} \circ \frac{5}{6}$

**225**  $\frac{7}{10} \circ \frac{7}{12}$      $\frac{4}{7} \circ \frac{4}{6}$      $\frac{9}{16} \circ \frac{9}{15}$

**226**  $\frac{7}{8} \circ \frac{7}{14}$      $\frac{10}{12} \circ \frac{10}{15}$      $\frac{13}{20} \circ \frac{13}{18}$

Disponi le frazioni in ordine crescente.

**227**  $\frac{3}{40}$      $\frac{8}{40}$      $\frac{4}{40}$      $\frac{7}{40}$      $\frac{11}{40}$     **228**  $\frac{15}{25}$      $\frac{35}{25}$      $\frac{5}{25}$      $\frac{1}{25}$      $\frac{22}{25}$

**229**  $\frac{6}{9}$      $\frac{6}{12}$      $\frac{6}{30}$      $\frac{6}{25}$      $\frac{6}{7}$     **230**  $\frac{9}{40}$      $\frac{9}{32}$      $\frac{9}{15}$      $\frac{9}{45}$      $\frac{9}{26}$

Disponi le frazioni in ordine decrescente.

**231**  $\frac{5}{25}$      $\frac{18}{25}$      $\frac{10}{25}$      $\frac{21}{25}$      $\frac{13}{25}$     **232**  $\frac{12}{18}$      $\frac{5}{18}$      $\frac{8}{18}$      $\frac{13}{18}$      $\frac{18}{18}$

**233**  $\frac{5}{30}$      $\frac{5}{20}$      $\frac{5}{35}$      $\frac{5}{80}$      $\frac{5}{4}$     **234**  $\frac{7}{15}$      $\frac{7}{20}$      $\frac{7}{11}$      $\frac{7}{28}$      $\frac{7}{23}$

**235**  $\frac{1}{3}$      $\frac{1}{8}$      $\frac{1}{10}$      $\frac{1}{4}$      $\frac{1}{2}$     **236**  $\frac{3}{8}$      $\frac{3}{5}$      $\frac{3}{7}$      $\frac{3}{12}$      $\frac{3}{4}$

Risolvi i problemi.

**237** Anna divide la sua tavoletta di cioccolato in sestini. Mara ha una uguale tavoletta di cioccolato e la divide in ottavi. Chi ha i pezzi più piccoli? Chi ha più pezzi?

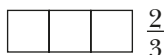
**238** Simone e Paolo hanno la stessa somma di denaro. Simone ne spende  $\frac{7}{10}$ . Paolo ne spende  $\frac{7}{9}$ . Chi spende più denaro?

**239** Cinzia ha mangiato  $\frac{5}{9}$  di una torta. Giulia ha mangiato  $\frac{5}{12}$  di una torta della stessa grandezza. Chi ha mangiato la quantità più piccola?

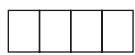
### Frazioni con numeratore e denominatore diversi

In ogni figura, colora le frazioni indicate e precisa qual è la frazione maggiore di ogni coppia.

240



$\frac{2}{3}$



$\frac{3}{4}$



$\frac{7}{8}$



$\frac{5}{6}$

241



$\frac{5}{8}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{5}{8}$



$\frac{4}{6}$

Indica quale frazione è maggiore in ogni coppia.

242

4 settimi o 9 settimi

1 nono o 1 settimo

9 ottavi o 1 mezzo

243

7 noni o 8 settimi

3 mezzi o 2 quinti

6 undicesimi o 5 quarti

244

5 decimi o 4 sestimi

3 quarti o 5 quinti

5 ottavi o 8 noni

Utilizza la tavoletta di cioccolato per verificare se è vera oppure falsa ciascuna delle seguenti relazioni.

245

$\frac{1}{2} > \frac{7}{12}$

$\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

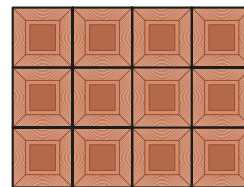
246

$\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$

$\frac{4}{6} < \frac{7}{12}$

$\frac{9}{12} > \frac{2}{3}$

$\frac{3}{6} < \frac{5}{12}$



Indica quanto manca a ciascuna frazione per formare l'unità.

247

$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{7}$

$\frac{8}{9}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{6}{7}$

248

$\frac{1}{6}$

$\frac{5}{18}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{11}{12}$

$\frac{9}{10}$

249 Osserva queste frazioni, poi riscrivile sotto al posto giusto.

$\frac{3}{5} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{6}{3} \quad \frac{7}{2} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{12}{12} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{6}{4} \quad \frac{9}{1} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{37}{12} \quad \frac{100}{100} \quad \frac{125}{64} \quad \frac{13}{125} \quad \frac{52}{52}$

• frazioni minori di 1:  $\frac{3}{5}$ ; .....

• frazioni uguali a 1:  $\frac{4}{4}$ ; .....

• frazioni maggiori di 1:  $\frac{9}{8}$ ; .....

Riscrivi le frazioni in ordine crescente.

**esercizio svolto**

$\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$  Infatti, a  $\frac{5}{6}$  manca  $\frac{1}{6}$  per fare l'unità, mentre a  $\frac{6}{7}$  manca  $\frac{1}{7}$ ;  
 poiché  $\frac{1}{6} > \frac{1}{7}$ , concludiamo che a  $\frac{5}{6}$  manca di più.  
 Quindi  $\frac{5}{6}$  è più piccolo di  $\frac{6}{7}$ .

**250**  $\frac{4}{5}$   $\frac{7}{8}$   $\frac{11}{12}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{8}{9}$

**251**  $\frac{9}{10}$   $\frac{6}{7}$   $\frac{10}{11}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{2}{3}$

**252**  $\frac{7}{9}$   $\frac{3}{5}$   $\frac{9}{11}$   $\frac{5}{7}$   $\frac{1}{3}$

**253**  $\frac{8}{10}$   $\frac{15}{17}$   $\frac{11}{13}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{15}{16}$

**254** Classifica le frazioni in tre gruppi:

- frazioni minori di  $\frac{1}{2}$
- frazioni equivalenti a  $\frac{1}{2}$
- frazioni maggiori di  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{3}{5}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{3}{6}$   $\frac{4}{7}$   $\frac{3}{7}$   $\frac{4}{8}$   $\frac{4}{9}$   $\frac{5}{9}$   $\frac{7}{9}$   $\frac{5}{10}$   $\frac{5}{11}$   $\frac{7}{11}$

$\frac{6}{11}$   $\frac{6}{12}$   $\frac{7}{12}$   $\frac{9}{18}$   $\frac{15}{18}$   $\frac{7}{18}$   $\frac{7}{15}$   $\frac{8}{15}$   $\frac{4}{15}$   $\frac{8}{16}$   $\frac{7}{13}$   $\frac{9}{17}$   $\frac{10}{19}$   $\frac{10}{20}$   $\frac{11}{21}$

**255** Disegna su carta millimetrata un segmento lungo 24 cm e localizza su di esso le seguenti frazioni:

$\frac{1}{2}$   $\frac{5}{8}$   $\frac{7}{12}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{16}$   $\frac{2}{15}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{9}{10}$   $\frac{5}{6}$

• **256** Scrivi dieci frazioni tali che:

- quattro siano proprie;
- tre siano maggiori di 1 e minori di 2;
- due siano maggiori di 2 e minori di 3;
- una sia maggiore di 3 e minore di 4;
- non vi siano coppie di frazioni equivalenti.

Rappresenta poi su un'opportuna retta graduata orientata le dieci frazioni.

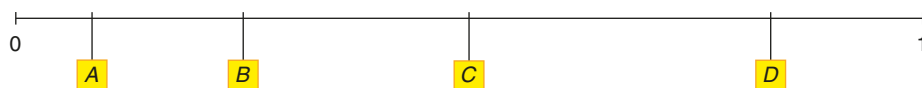


Puoi trovare le soluzioni indicate con **[R]** a pag. 420.



**Copia i seguenti tratti di linea graduata orientata e indica quali sono le frazioni corrispondenti alle etichette A, B, C e D in ciascun caso.**

**257**



[R]

**258**



[R]

259



[R]

260



[R]

- **261** Scrivi una frazione che sia maggiore di  $\frac{1}{4}$  ma minore di  $\frac{1}{2}$ , poi una frazione che sia maggiore di  $\frac{1}{2}$ , ma minore di  $\frac{3}{4}$ , infine una frazione che sia maggiore di  $\frac{3}{4}$  ma minore di 1.
- **262** Scrivi una frazione che sia maggiore di  $\frac{1}{5}$  ma minore di  $\frac{1}{3}$ , poi una frazione che sia maggiore di  $\frac{1}{3}$ , ma minore di  $\frac{2}{3}$ , infine una frazione che sia maggiore di  $\frac{2}{3}$  ma minore di 1.
- **263** Scrivi una frazione che sia maggiore di  $\frac{1}{6}$  ma minore di  $\frac{3}{8}$ , poi una frazione che sia maggiore di  $\frac{5}{12}$ , ma minore di  $\frac{2}{3}$ , infine una frazione che sia maggiore di  $\frac{5}{6}$  ma minore di  $\frac{7}{8}$ .

### Ordinamento di frazioni: esercizi riassuntivi

**264** Quale frazione è più grande:  $\frac{5}{8}$  o  $\frac{7}{12}$ ? Qual è il minimo comune multiplo di 8 e 12? Trova i numeri mancanti.

$$\frac{5}{8} = \frac{\square}{24} \quad \text{e} \quad \frac{7}{12} = \frac{\square}{24}$$

**265** Quale frazione è più piccola:  $\frac{3}{5}$  o  $\frac{4}{7}$ ? Qual è il minimo comune multiplo di 5 e 7? Trova i numeri mancanti.

$$\frac{3}{5} = \frac{\square}{35} \quad \text{e} \quad \frac{4}{7} = \frac{\square}{35}$$

**266** Usando il metodo della riduzione allo stesso denominatore, stabilisci se è vera o falsa ciascuna delle seguenti relazioni:

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{8} \quad \frac{5}{9} < \frac{3}{5} \quad \frac{7}{11} > \frac{5}{8} \quad \frac{3}{7} > \frac{5}{12}$$

*In ogni coppia di frazioni, inserisci nel quadratino il segno  $<$ ,  $>$  o  $=$  che rende vera l'espressione.*

**267**  $\frac{1}{2} \square \frac{3}{8}$      $\frac{6}{8} \square \frac{8}{12}$      $\frac{6}{8} \square \frac{5}{6}$      $\frac{3}{4} \square \frac{5}{6}$

**268**  $\frac{2}{6} \square \frac{1}{3}$      $\frac{3}{5} \square \frac{10}{15}$      $\frac{6}{8} \square \frac{9}{12}$      $\frac{7}{10} \square \frac{5}{7}$

**269**  $\frac{1}{4} \square \frac{1}{6}$      $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$      $\frac{4}{6} \square \frac{10}{15}$      $\frac{7}{9} \square \frac{3}{4}$



**270**  $\frac{3}{7} \square \frac{5}{7}$      $\frac{2}{3} \square \frac{8}{12}$      $\frac{9}{12} \square \frac{12}{16}$      $\frac{9}{12} \square \frac{3}{4}$

**271**  $\frac{3}{5} \square \frac{6}{10}$      $\frac{4}{7} \square \frac{7}{14}$      $\frac{5}{8} \square \frac{3}{5}$      $\frac{5}{6} \square \frac{11}{12}$

**272**  $\frac{5}{8} \square \frac{3}{4}$      $\frac{4}{7} \square \frac{1}{2}$      $\frac{2}{5} \square \frac{3}{7}$      $\frac{9}{12} \square \frac{5}{6}$

Riscrivi le frazioni in ordine crescente.

**273**  $\frac{8}{15}$   $\frac{2}{15}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{15}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{7}{15}$   $\frac{4}{15}$   $\frac{3}{5}$

**274**  $\frac{1}{16}$   $\frac{7}{12}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{1}{12}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{5}{12}$   $\frac{2}{3}$

**275**  $\frac{5}{9}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{5}{18}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{18}$   $\frac{7}{18}$   $\frac{4}{9}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{2}{9}$

**276**  $\frac{3}{2}$   $\frac{5}{9}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{1}{10}$   $\frac{7}{4}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{3}{3}$   $\frac{5}{8}$   $\frac{15}{8}$   $\frac{1}{3}$

Riscrivi le frazioni in ordine decrescente.

**277**  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$

**278**  $\frac{3}{8}$   $\frac{3}{5}$   $\frac{3}{7}$   $\frac{3}{12}$   $\frac{3}{4}$

**279**  $\frac{1}{2}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{7}{12}$   $\frac{4}{6}$   $\frac{5}{3}$

**280**  $\frac{3}{8}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{5}{6}$

**281**  $\frac{4}{9}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{5}{8}$   $\frac{7}{10}$

**282**  $\frac{8}{15}$   $\frac{5}{10}$   $\frac{3}{5}$   $\frac{11}{20}$   $\frac{7}{12}$

Completa le uguaglianze.

**283**  $6 + \frac{7}{5} = 7 + \frac{\square}{5}$

$3 + \frac{1}{2} = 2 + \frac{\square}{2}$

$7 + \frac{5}{12} = 6 + \frac{\square}{12}$

**284**  $4 + \frac{12}{7} = 5 + \frac{\square}{7}$      $5 + \frac{1}{4} = 4 + \frac{\square}{4}$      $7 + \frac{2}{3} = 6 + \frac{\square}{3}$

**285**  $12 + \frac{5}{6} = 11 + \frac{\square}{6}$      $6 + \frac{1}{9} = 5 + \frac{\square}{9}$      $3 + \frac{4}{3} = 4 + \frac{\square}{3}$

**286**  $5 + \frac{13}{11} = 6 + \frac{\square}{11}$      $13 + \frac{13}{7} = 14 + \frac{\square}{7}$      $11 + \frac{19}{14} = 12 + \frac{\square}{14}$

**287**  $8 + \frac{6}{7} = 7 + \frac{\square}{7}$      $2 + \frac{1}{4} = 1 + \frac{\square}{4}$      $13 + \frac{1}{3} = 12 + \frac{\square}{3}$

esercizio svolto

$9 + \frac{4}{8} = 8 + \frac{\square}{8} \rightarrow 8 + 1 + \frac{4}{8} = 8 + \frac{8}{8} + \frac{4}{8} = 8 + \frac{12}{8}$

## 5 Le operazioni con le frazioni

**288** La somma di due o più frazioni che hanno lo stesso denominatore è una frazione che ha per denominatore ..... e per numeratore .....

**289** Il prodotto di due o più frazioni è una frazione che ha per numeratore ..... e per denominatore .....

### 290 Vero o falso?

- Per sottrarre una frazione da un'altra si riducono le frazioni allo stesso denominatore, quando questi sono diversi, poi si trova la differenza tra i numeratori.  V  F
- Per dividere una frazione per un'altra si riducono le frazioni allo stesso denominatore, quando questi sono diversi, poi si trova il quoziente tra i numeratori.  V  F
- Per dividere una frazione per un'altra si moltiplica la prima per l'inverso della seconda.  V  F
- Una frazione è inversa o reciproca di un'altra se il loro quoziente è 1.  V  F

## Addizioni e sottrazioni

Esegui le addizioni.

**291**  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$      $\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$      $\frac{4}{6} + \frac{5}{6}$

**292**  $\frac{3}{9} + \frac{6}{9}$      $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$      $\frac{9}{5} + \frac{2}{5}$

**293**  $\frac{5}{8} + \frac{4}{8}$      $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$      $\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$

**294**  $\frac{11}{13} + \frac{9}{13}$      $\frac{5}{11} + \frac{15}{11}$      $\frac{6}{15} + \frac{8}{15}$

**295**  $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{5}{8}$      $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{4}{3}$      $\frac{8}{9} + \frac{6}{9} + \frac{3}{9}$

**296**  $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$      $\frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{10}{8}$      $\frac{9}{17} + \frac{7}{17} + \frac{12}{17}$

Riduci allo stesso denominatore ogni coppia di frazioni.

**297**  $\frac{4}{3}$  e  $\frac{7}{6}$      $\frac{2}{4}$  e  $\frac{6}{8}$      $\frac{4}{3}$  e  $\frac{5}{9}$      $\frac{5}{3}$  e  $\frac{7}{6}$     **298**  $\frac{2}{15}$  e  $\frac{3}{5}$      $\frac{4}{5}$  e  $\frac{5}{10}$      $\frac{5}{12}$  e  $\frac{1}{6}$      $\frac{5}{10}$  e  $\frac{3}{20}$

**299**  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{7}{12}$      $\frac{5}{9}$  e  $\frac{2}{3}$      $\frac{3}{7}$  e  $\frac{5}{14}$      $\frac{5}{4}$  e  $\frac{7}{8}$     **300**  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{6}{16}$      $\frac{5}{18}$  e  $\frac{7}{9}$      $\frac{4}{15}$  e  $\frac{1}{3}$      $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{10}$

**301**  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{1}{5}$      $\frac{1}{4}$  e  $\frac{2}{3}$      $\frac{7}{5}$  e  $\frac{3}{2}$      $\frac{2}{3}$  e  $\frac{4}{5}$     **302**  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{5}{6}$      $\frac{6}{7}$  e  $\frac{3}{4}$      $\frac{2}{9}$  e  $\frac{3}{4}$      $\frac{4}{5}$  e  $\frac{3}{7}$

Calcola, dopo aver ridotto le frazioni allo stesso denominatore.

**303**  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$      $\frac{5}{3} + \frac{6}{9}$      $\frac{5}{4} + \frac{7}{8}$      $\frac{3}{10} + \frac{5}{4}$

**304**  $\frac{3}{5} + \frac{4}{2}$      $\frac{2}{3} + \frac{7}{8}$      $\frac{1}{2} + \frac{5}{3}$      $\frac{2}{8} + \frac{4}{9}$

**305**  $\frac{8}{11} + \frac{5}{6}$      $\frac{7}{12} + \frac{1}{5}$      $\frac{2}{7} + \frac{9}{13}$      $\frac{6}{10} + \frac{3}{4}$

**306**  $\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$      $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$      $\frac{7}{9} + \frac{2}{3}$      $\frac{5}{2} + \frac{4}{13}$

**307**  $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$      $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$      $\frac{4}{11} + \frac{5}{2}$      $\frac{5}{6} + \frac{3}{5}$

**308**  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$      $\frac{7}{10} + \frac{4}{5}$      $\frac{3}{4} + \frac{7}{12}$      $\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$

**esercizio svolto**

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{14} = \frac{8+5}{14} = \frac{13}{14}$$

Esegui le addizioni.

**309**  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12}$      $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$      $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

**310**  $\frac{3}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{2}$      $\frac{11}{15} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$      $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} + \frac{3}{20}$

**311**  $\frac{7}{9} + \frac{5}{18} + \frac{1}{2}$      $\frac{19}{21} + \frac{3}{7} + \frac{2}{3}$      $\frac{2}{3} + \frac{1}{24} + \frac{5}{8}$

**312**  $\frac{6}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{2}$      $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{9}{12}$      $\frac{6}{7} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

**313**  $\frac{13}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{10}$      $\frac{7}{10} + \frac{1}{12} + \frac{7}{20}$      $\frac{5}{12} + \frac{7}{9} + \frac{5}{18}$

**314**  $\frac{4}{9} + \frac{8}{12} + \frac{10}{15}$      $\frac{18}{45} + \frac{2}{3} + \frac{5}{20}$      $\frac{11}{9} + \frac{3}{15} + \frac{1}{2}$

**315**  $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$      $\frac{3}{4} + \frac{9}{2}$      $\frac{5}{12} + \frac{7}{20}$      $\frac{8}{15} + \frac{2}{15}$      $\frac{5}{2} + \frac{1}{6}$

**316**  $3 + \frac{7}{5} + \frac{1}{5}$      $\frac{3}{7} + \frac{8}{21} + \frac{1}{42}$      $\frac{3}{8} + \frac{5}{4} + \frac{1}{6}$      $\frac{2}{3} + 1 + \frac{7}{5}$      $\frac{23}{5}; \frac{5}{6}; \frac{43}{24}; \frac{46}{15}$

**317**  $\frac{5}{20} + \frac{3}{8} + \frac{1}{24}$      $\frac{4}{36} + \frac{5}{12} + 1$      $\frac{8}{12} + \frac{5}{6} + \frac{14}{18}$      $\frac{21}{35} + \frac{6}{12} + \frac{3}{4}$      $\frac{2}{3}; \frac{55}{36}; \frac{41}{18}; \frac{37}{20}$

**318**  $\frac{6}{15} + \frac{10}{18} + 2 + \frac{2}{6}$      $\frac{5}{3} + \frac{7}{2} + \frac{9}{4} + \frac{1}{6}$      $\frac{3}{11} + 1 + \frac{7}{66} + \frac{9}{22}$      $\frac{148}{45}; \frac{91}{12}; \frac{59}{33}$

**319**  $\frac{14}{10} + \frac{3}{5} + \frac{7}{28} + \frac{3}{4}$      $\frac{1}{15} + \frac{1}{5} + \frac{5}{9} + \frac{4}{3}$      $\frac{7}{72} + \frac{8}{9} + \frac{5}{36} + \frac{3}{8}$      $3; \frac{97}{45}; \frac{3}{2}$

*Completa le uguaglianze.*

**320**  $1 = \frac{\dots}{3}$      $1 = \frac{\dots}{5}$      $1 = \frac{\dots}{8}$      $1 = \frac{\dots}{4}$

**321**  $2 = \frac{\dots}{2}$      $2 = \frac{\dots}{3}$      $2 = \frac{\dots}{6}$      $2 = \frac{\dots}{8}$

**322**  $5 = \frac{\dots}{4}$      $5 = \frac{\dots}{2}$      $5 = \frac{\dots}{8}$      $5 = \frac{\dots}{7}$

**323**  $8 = \frac{\dots}{2}$      $8 = \frac{\dots}{3}$      $8 = \frac{\dots}{6}$      $8 = \frac{\dots}{10}$

**324**  $4 = \frac{\dots}{3} = \frac{\dots}{2} = \frac{\dots}{6}$      $6 = \frac{\dots}{4} = \frac{\dots}{2} = \frac{\dots}{8}$

**325**  $5 = \frac{\dots}{3} = \frac{\dots}{7} = \frac{\dots}{12}$      $7 = \frac{\dots}{6} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{7}$

*Esegui le addizioni.*

**326**  $1 + \frac{3}{4}$      $1 + \frac{2}{5}$      $1 + \frac{4}{6}$      $1 + \frac{2}{3}$

**327**  $6 + \frac{2}{4}$      $\frac{6}{7} + 4$      $7 + \frac{4}{6}$      $\frac{5}{6} + 2$

**328**  $\frac{3}{2} + 1$      $\frac{3}{4} + 3$      $\frac{5}{8} + 3$      $\frac{4}{5} + 2$

**329**  $5 + \frac{1}{7} + \frac{2}{3}$      $\frac{5}{9} + \frac{1}{6} + 2$      $\frac{7}{12} + \frac{5}{24} + 1$

**330**  $\frac{7}{15} + \frac{5}{18} + 3$      $2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{7}{9}$      $\frac{3}{7} + \frac{1}{21} + 2 + \frac{5}{3}$

**331**  $\frac{3}{10} + 3 + \frac{1}{20} + \frac{1}{40}$      $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2}$      $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 4 + \frac{1}{12}$

*Completa le uguaglianze, sostituendo ai puntini la frazione giusta.*

**332**  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots = 1$      $\frac{3}{25} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15} + \dots = 1$

**333**  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots = 1$      $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$

*Esegui le sottrazioni.*

**334**  $\frac{4}{7} - \frac{3}{7}$      $\frac{7}{2} - \frac{5}{2}$      $\frac{6}{5} - \frac{4}{5}$     **335**  $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$      $\frac{6}{8} - \frac{2}{8}$      $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$

**336**  $\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$      $\frac{8}{11} - \frac{4}{11}$      $\frac{9}{10} - \frac{1}{10}$     **337**  $\frac{7}{20} - \frac{4}{20}$      $\frac{15}{16} - \frac{5}{16}$      $\frac{11}{18} - \frac{6}{18}$

**338**  $\frac{12}{6} - \frac{2}{6} - \frac{3}{6}$      $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$      $\frac{8}{9} - \frac{4}{9} - \frac{2}{9}$

**339**  $\frac{15}{21} - \frac{7}{21} - \frac{4}{21}$      $\frac{23}{24} - \frac{7}{24} - \frac{5}{24}$      $\frac{13}{18} - \frac{7}{18} - \frac{4}{18}$

Calcola, dopo aver ridotto le frazioni allo stesso denominatore.

**340**  $\frac{3}{2} - \frac{7}{5}$      $\frac{4}{3} - \frac{6}{7}$      $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$      $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

**341**  $\frac{5}{12} - \frac{1}{6}$      $\frac{5}{3} - \frac{7}{6}$      $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$      $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

**342**  $\frac{3}{2} - \frac{5}{8}$      $\frac{3}{7} - \frac{5}{14}$      $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$      $\frac{3}{2} - \frac{9}{11}$

**343**  $\frac{2}{7} - \frac{4}{14}$      $\frac{2}{5} - \frac{3}{8}$      $\frac{9}{10} - \frac{5}{7}$      $\frac{5}{6} - \frac{4}{7}$

Esegui le sottrazioni.

**344**  $\frac{12}{5} - \frac{13}{20} - \frac{3}{10}$      $\frac{15}{4} - \frac{25}{12} - \frac{4}{3}$      $\frac{9}{14} - \frac{3}{7} - \frac{2}{28}$

**345**  $\frac{3}{4} - \frac{7}{12} - \frac{1}{6}$      $\frac{8}{7} - \frac{1}{5} - \frac{3}{35}$      $\frac{16}{15} - \frac{1}{10} - \frac{5}{6}$

**346**  $\frac{4}{12} - \frac{5}{20} - \frac{2}{30}$      $\frac{7}{15} - \frac{11}{30} - \frac{1}{10}$      $\frac{5}{3} - \frac{4}{7} - \frac{3}{21}$

**347**  $2 - \frac{1}{3}$      $2 - \frac{3}{4}$      $5 - \frac{1}{2}$      $5 - \frac{3}{4}$

**348**  $\frac{5}{2} - 2$      $\frac{9}{3} - 1$      $\frac{6}{2} - 2$      $\frac{5}{3} - 1$

**349**  $4 - \frac{1}{3}$      $\frac{4}{2} - 1$      $3 - \frac{2}{3}$      $\frac{10}{5} - 1$

Scrivi la frazione complementare di ogni frazione.

**350**  $\frac{1}{4}$      $\frac{3}{5}$      $\frac{4}{7}$      $\frac{8}{11}$      $\frac{5}{9}$

**351**  $\frac{1}{3}$      $\frac{3}{4}$      $\frac{8}{10}$      $\frac{9}{20}$      $\frac{15}{45}$

**352**  $\frac{7}{10}$      $\frac{3}{8}$      $\frac{5}{17}$      $\frac{15}{23}$      $\frac{1}{6}$

**353**  $\frac{20}{31}$      $\frac{18}{19}$      $\frac{29}{50}$      $\frac{47}{100}$      $\frac{53}{100}$

**354**  $\frac{17}{34}$      $\frac{45}{54}$      $\frac{37}{61}$      $\frac{99}{150}$      $\frac{4}{1000}$

**esercizio svolto**

$$\frac{11}{6} - \frac{4}{5} = \frac{55 - 24}{30} = \frac{31}{30}$$

**esercizio svolto**

$$\frac{2}{7} \quad 1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

La frazione complementare di  $\frac{2}{7}$  è  $\frac{5}{7}$ .

Calcola.

$$355 \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{9} + \frac{5}{9} \quad \frac{6}{11} - \frac{2}{11} + \frac{10}{11}$$

$$356 \quad \frac{5}{16} - \frac{3}{16} + \frac{7}{16} \quad \frac{5}{8} + \frac{1}{8} - \frac{3}{8} \quad \frac{7}{12} + \frac{5}{12} - \frac{6}{12}$$

$$357 \quad \frac{8}{25} - \frac{4}{25} + \frac{16}{25} \quad \frac{3}{20} - \frac{1}{20} + \frac{17}{20} \quad \frac{12}{49} - \frac{3}{49} + \frac{11}{49}$$

$$358 \quad \frac{8}{15} + \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \quad \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{30}{40} \quad \frac{16}{21} + \frac{5}{21} - \frac{4}{21}$$

$$359 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{5}{6} \quad \frac{5}{6} - \frac{5}{8} + \frac{3}{4} \quad \frac{2}{21}; \frac{23}{24}$$

$$360 \quad \frac{3}{5} - \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \quad \frac{7}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} \quad \frac{19}{40}; \frac{13}{36}$$

$$361 \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15} + 1 \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{3} - 1 - \frac{1}{12} \quad \frac{5}{3}; \frac{23}{24}$$

$$362 \quad \frac{5}{4} - \frac{4}{7} + 2 - \frac{9}{14} \quad \frac{9}{10} - \frac{2}{5} + \frac{8}{15} - 1 \quad \frac{57}{28}; \frac{1}{30}$$

$$363 \quad \frac{5}{6} - \frac{4}{9} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \quad \frac{9}{4} - \frac{7}{8} + \frac{3}{2} - \frac{11}{16} \quad \frac{5}{9}; \frac{35}{16}$$

$$364 \quad \frac{1}{5} + \frac{4}{9} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \quad \frac{6}{7} - \frac{2}{3} + \frac{8}{15} - \frac{1}{5} \quad \frac{43}{90}; \frac{11}{21}$$

$$365 \quad \frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \quad \frac{5}{9} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{7} \quad \frac{4}{5}; \frac{349}{315}$$

$$366 \quad \frac{45}{25} - \frac{17}{20} + \frac{18}{20} - \frac{15}{25} - \frac{3}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{4} \quad \frac{7}{10}$$

Calcola il valore delle espressioni; poi, se possibile, scrivi il risultato come numero misto.

$$367 \quad \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right) \quad 3 + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) \quad \frac{11}{24}; 3 + \frac{1}{72}$$

$$368 \quad 13 - \left(\frac{5}{4} + \frac{8}{9}\right) \quad \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right) - \frac{10}{20} \quad 10 + \frac{31}{36}; \frac{1}{8}$$

$$369 \quad \left(5 - \frac{1}{4}\right) + \left(10 - \frac{7}{4}\right) \quad 13$$

$$370 \quad \left(8 + \frac{2}{5}\right) + \left(3 - \frac{7}{10}\right) - \left(5 + \frac{1}{2}\right) \quad \frac{26}{5}$$

$$371 \quad \left(\frac{9}{5} - \frac{17}{20}\right) + \left(\frac{9}{10} - \frac{3}{5}\right) \quad \frac{5}{4}$$

- 372**  $\left(\frac{1}{2} + \frac{8}{9}\right) + \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{20}\right)$   $\frac{59}{36}$
- 373**  $\left(\frac{3}{6} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)$   $\frac{1}{6}$
- 374**  $\left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{5}{4} - 1 + \frac{3}{4}\right)$   $1$
- 375**  $\left(3 - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2} + 1\right) \quad \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2} + 2\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} + 1\right)$   $\frac{23}{8}; \frac{4}{3}$
- 376**  $\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{3} + \frac{8}{15}\right) + \left(\frac{8}{5} - \frac{2}{3} + 1\right) \quad \left(2 - \frac{1}{3}\right) - \left(5 - \frac{7}{2}\right) + \left(1 + \frac{5}{12}\right)$   $\frac{53}{15}; \frac{19}{12}$
- 377**  $\left(\frac{1}{4} + 1\right) - \left[2 - \left(2 - \frac{1}{5}\right)\right]$   $\frac{21}{20}$
- 378**  $\left(\frac{7}{6} - \frac{5}{8} + 1\right) - \left[3 - \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{4}\right)\right]$   $\frac{5}{8}$
- 379**  $\frac{5}{12} + \left(1 + \frac{3}{4}\right) - \left[\frac{11}{12} - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)\right]$   $1$
- 380**  $\frac{2}{5} + \left[\frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{9}{10}\right) + \frac{1}{2}\right] + \frac{2}{35} - \frac{5}{14}$   $1$
- 381**  $\frac{13}{8} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left[\left(\frac{3}{25} - \frac{1}{50}\right) + \left(2 + \frac{3}{5}\right) - \frac{7}{10}\right]$   $\frac{3}{40}$
- 382**  $\frac{1}{2} + \left[\frac{7}{3} - \left(\frac{4}{6} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{9} - \frac{1}{12}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{12}\right)\right]$   $\frac{5}{3}$
- 383**  $2 + \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{19}{22} - \frac{4}{11}\right) - \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{10}\right)\right] - \left(\frac{19}{14} - \frac{4}{21}\right)$   $\frac{5}{6}$
- 384**  $\frac{4}{15} + \left[\frac{1}{15} + \left(\frac{8}{3} + 4\right) - \left(4 + \frac{12}{5} - \frac{6}{15}\right)\right] - \left(\frac{3}{2} - 1\right)$   $\frac{1}{2}$
- 385**  $\frac{4}{5} - \left[\left(\frac{13}{30} + \frac{7}{10} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{15} + \frac{1}{5}\right)\right] - \frac{1}{3}$   $\frac{2}{5}$
- 386**  $1 - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\right] - \left[\left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{9}\right]$   $\frac{1}{3}$
- **387**  $\frac{5}{4} - \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{10}\right)\right] + 1$   $\frac{6}{5}$
- **388**  $\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(3 + \frac{1}{5}\right) - 1\right] - \left\{\left[\left(\frac{3}{20} + 1\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)\right] + \left(1 - \frac{1}{5}\right)\right\}$   $\frac{5}{4}$
- **389**  $\left(2 - \frac{3}{8}\right) + \left\{\left[3 - \left(1 + \frac{3}{4}\right)\right] - \frac{1}{2} + 1\right\} - \left\{\left[\frac{3}{8} + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right)\right] - \frac{5}{4} + \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right\}$   $\frac{11}{4}$

- **390**  $\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) + \left\{3 - \left(2 - \frac{3}{4}\right) - \left[\left(1 + \frac{6}{5}\right) - \left(1 - \frac{3}{10}\right)\right]\right\} + \frac{1}{5} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right)$   $\frac{61}{60}$
- **391**  $\left\{\left[3 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right] + 1 - \frac{8}{3}\right\} - \left[\left(1 + \frac{1}{16}\right) - \left(3 - \frac{7}{8} - \frac{5}{4}\right)\right] + \frac{5}{12}$   $\frac{17}{16}$
- **392**  $\frac{8}{9} + \left\{\left[\left(1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{2}{9}\right] + \frac{1}{18} - \left(1 - \frac{5}{6}\right)\right\} - \left[\left(2 + \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{9} + \frac{1}{6}\right]$  0
- **393**  $\left(\frac{9}{10} + \frac{2}{5}\right) - \left[\left(\frac{8}{5} + 1 - \frac{17}{15}\right) - \left(2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)\right] + \left\{\left(\frac{13}{10} - 1\right) + \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{5}\right]\right\}$   $\frac{26}{15}$
- **394**  $\left\{\left[\left(\frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) - \left(1 - \frac{5}{6}\right)\right] + \left[\left(1 + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)\right]\right\} - \left(1 - \frac{3}{4}\right)$   $\frac{5}{6}$
- 395**  $\left[\left(\frac{8}{7} - \frac{11}{21} + 1\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right)\right] - \left\{\left[\left(2 - \frac{1}{7}\right) - \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{5}{7}\right) - \frac{2}{3}\right] - \frac{1}{21}\right\}$   $\frac{13}{21}$
- 396**  $\left\{\left[\left(\frac{7}{8} + \frac{1}{2} + 1\right) - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{4}\right)\right] - \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{9}{8}\right) - 1\right]\right\} + \left[\left(1 + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{6}\right]$   $\frac{7}{3}$
- **397**  $\left\{\left[\left(\frac{5}{2} - \frac{8}{5}\right) + \frac{7}{20} - 1\right] + \left[3 + \frac{1}{10} - \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)\right]\right\} - \left\{\left[\left(1 + \frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right) + \frac{4}{5}\right] - \frac{1}{2}\right\}$   $\frac{23}{20}$
- 398**  $\left(4 + \frac{7}{8}\right) - \left\{\frac{3}{4} + \left(5 - \frac{1}{2}\right) - \left[2 + \frac{5}{6} - \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{8}\right] + 1\right\}$  0
- 399**  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9} - \frac{5}{27}\right) - \left\{\frac{5}{9} - \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{4}{27} + \frac{4}{9}\right)\right]\right\}$   $\frac{1}{9}$
- 400**  $\left(\frac{9}{4} - \frac{5}{12}\right) - \left\{\left[\left(\frac{11}{24} + \frac{13}{6} - \frac{7}{3}\right) - \left(\frac{11}{12} - \frac{3}{4}\right)\right] - \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right)\right\}$   $\frac{11}{6}$
- 401**  $\left[\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{12}\right) + \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{4}\right)\right] + \left\{\frac{8}{3} - \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)\right]\right\}$   $\frac{19}{8}$
- 402**  $\left\{\left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{9} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{13}{18} - \frac{2}{9}\right)\right] - \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{4}\right)\right\} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$  0
- 403**  $4 - \left\{3 - \frac{1}{4} + \left[\frac{7}{3} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{12}\right)\right]\right\}$  1
- 404**  $\left\{\left[\left(4 + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) - \left(2 + \frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right) - \frac{1}{60}\right] - \left(2 + \frac{1}{10}\right)\right\} + \frac{3}{4}$   $\frac{3}{4}$
- 405**  $\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{14}\right) - \left\{\left[\left(\frac{2}{3} + 4 - \frac{41}{24}\right) - \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{16}\right] - \frac{1}{16}\right\}$  0
- **406**  $\left(\frac{4}{5} + 2 + \frac{2}{3}\right) - \left\{\frac{10}{3} - \left[\frac{7}{5} - \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} - \frac{19}{15}\right)\right]\right\} - \left[\left(2 - \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5}\right]$   $\frac{4}{5}$
- 407**  $1 - \left\{\frac{3}{9} - \left[\frac{7}{28} + \left(1 - \frac{4}{12} - \frac{5}{20}\right) + \left(\frac{11}{33} + \frac{13}{52}\right) - 1\right] - \frac{1}{12}\right\}$  1



*Risolvi i problemi.*

- 408** Due amici andando da Roma a Torino si fermarono alcune volte. La prima volta fecero  $\frac{1}{5}$  del percorso, la seconda  $\frac{2}{5}$  e la terza volta ancora  $\frac{1}{5}$ . Quale parte del percorso mancava dopo la terza sosta per raggiungere la meta?  $\frac{1}{5}$
- 409** Un operaio fece in un giorno i  $\frac{5}{9}$  del suo lavoro, e nel giorno seguente  $\frac{1}{3}$ . Quanto lavoro doveva ancora eseguire?  $\frac{1}{9}$
- 410** Paolo e Luigi debbono innaffiare il giardino: Paolo innaffia i  $\frac{2}{5}$  e Luigi  $\frac{1}{4}$ . Quale parte debbono ancora innaffiare?  $\frac{7}{20}$
- 411** Un debitore paga i  $\frac{3}{8}$  del debito, poi ancora i  $\frac{2}{6}$ . Quale parte del debito ha pagato?  $\frac{17}{24}$
- 412** In un'azienda agraria  $\frac{1}{4}$  degli animali sono vitelli,  $\frac{2}{5}$  mucche,  $\frac{1}{6}$  pecore e il rimanente animali da cortile. Quale frazione rappresentano gli animali da cortile?  $\frac{11}{60}$
- 413** Deduci un problema dalla seguente espressione e risolvillo.

$$10 - \left( 3 + \frac{3}{5} \right) =$$

**Moltiplicazioni**

*Esegui le moltiplicazioni.*

- 414**  $\frac{1}{6} \times \frac{7}{3}$        $\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}$        $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$        $\frac{1}{9} \times \frac{1}{2}$
- 415**  $\frac{5}{6} \times \frac{13}{4}$        $\frac{3}{7} \times \frac{1}{8}$        $\frac{4}{11} \times \frac{5}{9}$        $\frac{13}{6} \times \frac{1}{5}$
- 416**  $\frac{2}{11} \times \frac{1}{7}$        $\frac{6}{25} \times \frac{11}{7}$        $\frac{17}{50} \times \frac{9}{4}$        $\frac{10}{21} \times \frac{10}{7}$
- 417**  $\frac{4}{10} \times \frac{3}{5}$        $\frac{12}{13} \times \frac{3}{5}$        $\frac{11}{4} \times \frac{3}{25}$        $\frac{5}{8} \times \frac{7}{16}$

**esercizio svolto**

$$\frac{7}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{7 \times 3}{8 \times 2} = \frac{21}{16}$$

*Esegui le moltiplicazioni, facendo uso della semplificazione.*

- 418**  $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$        $\frac{8}{7} \times \frac{21}{4}$
- $\frac{9}{5} \times \frac{15}{6}$        $\frac{3}{2} \times \frac{8}{5}$

**esercizio svolto**

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{1 \times 4}{1 \times 5} = \frac{4}{5} \qquad \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{16}}}{\underset{4}{\cancel{16}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{49}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1 \times 1 \times 7}{3 \times 4 \times 1} = \frac{7}{12}$$

- 419**  $\frac{5}{6} \times \frac{3}{25}$        $\frac{4}{7} \times \frac{21}{8}$        $\frac{9}{16} \times \frac{48}{15}$        $\frac{25}{12} \times \frac{36}{35}$
- 420**  $\frac{9}{26} \times \frac{13}{27}$        $\frac{57}{14} \times \frac{56}{19}$        $\frac{27}{52} \times \frac{13}{24}$        $\frac{21}{20} \times \frac{5}{18}$

**421**  $\frac{3}{2} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{5}$        $\frac{7}{24} \times \frac{6}{11} \times \frac{22}{42}$        $\frac{3}{4} \times \frac{2}{13} \times \frac{39}{9}$

**422**  $\frac{56}{3} \times \frac{1}{7} \times \frac{9}{16}$        $\frac{10}{21} \times \frac{9}{25} \times \frac{5}{4}$        $\frac{9}{5} \times \frac{15}{11} \times \frac{44}{45}$

**423**  $\frac{35}{36} \times \frac{4}{21} \times \frac{9}{2}$        $\frac{11}{8} \times \frac{6}{5} \times \frac{9}{121}$        $\frac{1}{12} \times \frac{132}{7} \times \frac{4}{11}$

*Esegui le moltiplicazioni.*

**424**  $2 \times \frac{3}{5}$      $5 \times \frac{1}{8}$      $2 \times \frac{6}{7}$      $3 \times \frac{2}{19}$

**425**  $7 \times \frac{3}{10}$      $4 \times \frac{6}{5}$      $9 \times \frac{5}{4}$      $8 \times \frac{7}{3}$

**426**  $6 \times \frac{4}{5}$      $4 \times \frac{2}{7}$      $6 \times \frac{5}{3}$      $7 \times \frac{2}{5}$

**427**  $3 \times \frac{2}{5}$      $7 \times \frac{3}{4}$      $5 \times \frac{8}{9}$      $6 \times \frac{3}{5}$

**428**  $6 \times \frac{5}{7}$      $12 \times \frac{8}{5}$      $17 \times \frac{1}{2}$      $21 \times \frac{3}{4}$

**429**  $8 \times \frac{16}{3}$      $9 \times \frac{18}{5}$      $25 \times \frac{11}{6}$      $37 \times \frac{3}{4}$

*Esegui le moltiplicazioni facendo uso della semplificazione.*

**430**  $5 \times \frac{8}{11} \times \frac{33}{40}$      $8 \times \frac{13}{144} \times \frac{9}{91}$      $\frac{5}{48} \times 6 \times \frac{32}{35}$        $3; \frac{1}{14}; \frac{4}{7}$

**431**  $\frac{50}{49} \times \frac{14}{25} \times 7 \times \frac{1}{2}$      $\frac{7}{6} \times 12 \times \frac{5}{14} \times \frac{1}{2}$        $2; \frac{5}{2}$

**432**  $\frac{1}{15} \times 32 \times \frac{25}{16} \times \frac{3}{2}$      $\frac{63}{5} \times \frac{1}{21} \times \frac{5}{9} \times 2$        $5; \frac{2}{3}$

**433**  $\frac{12}{13} \times \frac{5}{4} \times \frac{26}{3} \times \frac{1}{10}$      $\frac{45}{46} \times \frac{23}{15} \times 4 \times \frac{1}{9}$        $1; \frac{2}{3}$

**434**  $\frac{35}{72} \times \frac{4}{3} \times \frac{81}{100} \times \frac{64}{49} \times \frac{80}{15} \times \frac{70}{64} \times \frac{4}{16}$        $1$

*Trascrivi e completa le moltiplicazioni.*

• **435**  $\frac{2}{3} \times \frac{\dots}{5} = \frac{14}{15}$      $\frac{7}{8} \times \frac{3}{\dots} = \frac{21}{40}$      $\frac{1}{\dots} \times \frac{8}{9} = \frac{8}{63}$

• **436**  $\frac{\dots}{9} \times \frac{11}{2} = \frac{55}{18}$      $\frac{\dots}{6} \times \frac{5}{11} = \frac{65}{66}$      $\frac{4}{7} \times \frac{1}{\dots} = \frac{4}{77}$

• **437**  $\frac{18}{\dots} \times \frac{7}{9} = \frac{14}{5}$      $\frac{1}{9} \times \frac{\dots}{7} = \frac{1}{21}$      $\frac{48}{5} \times \frac{10}{\dots} = \frac{8}{3}$

- **438**  $\frac{\dots}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$       $\frac{32}{\dots} \times \frac{7}{8} = \frac{4}{7}$       $\frac{26}{25} \times \frac{\dots}{13} = \frac{2}{5}$
- **439**  $\frac{50}{3} \times \frac{4}{\dots} = \frac{8}{9}$       $\frac{5}{14} \times \frac{\dots}{4} = \frac{15}{8}$       $\frac{\dots}{5} \times \frac{3}{56} = \frac{9}{20}$
- **440**  $\frac{51}{\dots} \times \frac{36}{17} = \frac{27}{8}$       $\frac{25}{49} \times \frac{21}{\dots} = \frac{3}{28}$       $\frac{7}{54} \times \frac{\dots}{11} = \frac{7}{66}$

Calcola il valore delle espressioni.

**441**  $\left(\frac{1}{2} + \frac{6}{8}\right) \times \frac{2}{3}$       $\frac{1}{2} + \frac{6}{8} \times \frac{2}{3}$   $\frac{5}{6}; 1$

**442**  $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times 3$       $1 - \frac{1}{3} \times 3$  2; 0

**443**  $5 \times \left(\frac{4}{10} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)$       $5 \times \frac{4}{10} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$  0;  $\frac{4}{5}$

**444**  $\left(5 - \frac{9}{4}\right) \times \frac{4}{11}$       $5 - \frac{9}{4} \times \frac{4}{11}$  1;  $\frac{46}{11}$

**445**  $4 + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} \times 60 + \frac{1}{6}$  2

**446**  $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}\right) - \left(2 - \frac{3}{5} \times \frac{25}{9}\right)$   $\frac{49}{60}$

**447**  $\left(\frac{4}{5} \times \frac{10}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{9} - 1\right) - \left(\frac{2}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)$   $\frac{71}{72}$

**448**  $\left(\frac{8}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{8}{9} - 1\right) \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{5} \times \frac{25}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} + \left(2 - \frac{1}{2} \times 3\right)$   $\frac{1}{6}$

**449**  $\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{15}{4} - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{8}{9} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} + 1\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{4}\right) \times \frac{4}{3}$   $\frac{41}{36}$

**450**  $\left(\frac{8}{10} - \frac{1}{5} - \frac{3}{20}\right) \times \frac{8}{3} - \left(\frac{7}{15} \times \frac{3}{2} - \frac{3}{10} \times \frac{7}{3} \times \frac{9}{14}\right) \times \frac{2}{5} - 3 \times \frac{1}{4}$   $\frac{7}{20}$

**451**  $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15}\right) \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right) \times \frac{3}{4}$   $\frac{5}{6}$

**452**  $\left[\left(\frac{5}{4} \times \frac{16}{5} - \frac{9}{10} \times \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{12}{11} \times \frac{11}{4} - \frac{2}{9} \times \frac{9}{8}\right)\right] \times \left(2 - \frac{3}{7}\right)$   $\frac{11}{8}$

**453**  $\left[\left(2 + \frac{12}{5} \times \frac{5}{16}\right) + \left(15 \times \frac{1}{3} - \frac{6}{5} \times \frac{10}{18}\right) - 5\right] \times \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{25}\right)$   $\frac{23}{18}$

**454**  $\left[\left(\frac{7}{12} - \frac{3}{20} + \frac{4}{15}\right) \times \left(5 - \frac{5}{14}\right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{7}{3}\right] \times \frac{12}{13}$   $\frac{5}{3}$

**455**  $\frac{3}{4} + \left[\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{20}\right] - \frac{1}{40}$   $\frac{9}{5}$

- 456**  $\left[ \left( 3 + \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right) - \frac{3}{2} \times \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{9} \times \frac{5}{2} \right) \right] \times \frac{1}{2}$   $\frac{25}{36}$
- 457**  $\left[ \left( \frac{3}{7} - \frac{5}{14} \right) \times \frac{21}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \times \left( 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) \right] \times \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$   $\frac{13}{24}$
- 458**  $\frac{15}{17} \times \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{3}{10} \right) - \frac{1}{37} \times \left[ \left( 1 - \frac{1}{5} \right) \times \frac{2}{3} \times \frac{15}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \right] \times \left( \frac{7}{5} - 1 \right) \times 20$   $\frac{7}{20}$
- 459**  $2 \times \left[ \frac{5}{6} - \left( \frac{7}{8} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{16} \times 8 - \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \right) + \frac{3}{4} \right]$   $\frac{5}{2}$
- 460**  $\left[ 6 - \frac{2}{5} \times \left( 4 - \frac{1}{4} \right) - \frac{7}{2} \right] \times \frac{8}{5} + \left( \frac{4}{5} - \frac{5}{8} \right) \times \frac{10}{35}$   $\frac{33}{20}$
- 461**  $\frac{8}{9} - \left\{ \frac{2}{9} + \frac{1}{5} - \left[ \frac{4}{15} \times \left( \frac{25}{8} - \frac{5}{16} \right) - \frac{1}{4} \right] \times \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right\}$   $\frac{1}{10}$
- 462**  $\frac{2}{7} + \frac{4}{3} \times \left\{ \left[ \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{7} \right] \times \frac{7}{22} + 1 \right\} \times \left( 1 - \frac{3}{7} \right)$   $\frac{8}{7}$
- 463**  $\frac{18}{24} + \frac{1}{3} - \left\{ \left[ \frac{13}{4} - \left( 5 - \frac{9}{2} \right) - \frac{1}{12} \right] - \left( \frac{15}{4} - \frac{25}{12} \right) \right\} + \frac{5}{12}$   $\frac{1}{2}$
- 464**  $1 + \frac{1}{2} \times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \times \left[ \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{24}{15} + \left( 1 + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \right) \times \frac{4}{9} \right] \right\}$   $\frac{11}{6}$
- 465**  $\left\{ \left[ \frac{16}{25} \times \left( \frac{5}{9} + \frac{9}{16} - 1 \right) + \frac{5}{9} \times \left( \frac{2}{5} + 5 \right) \right] \times \frac{15}{2} - \frac{2}{5} \right\} \times \frac{5}{17}$   $\frac{20}{3}$
- 466**  $\left\{ \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \times \left[ \frac{8}{5} + \frac{1}{3} \times \left( \frac{9}{4} - \frac{3}{2} \right) - \frac{2}{5} \times \left( \frac{17}{9} - 1 \right) \times \frac{9}{4} \right] + \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \right\} \times \left( \frac{1}{2} + 1 \right)$   $\frac{89}{80}$
- 467**  $\left\{ \left( \frac{2}{9} + \frac{1}{6} \right) - \left[ \frac{7}{36} + \left( \frac{5}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \right] \times \frac{1}{22} - \left( 1 - \frac{3}{4} \right) \right\} \times \frac{9}{5} + \frac{13}{40}$   $\frac{1}{2}$
- 468**  $\left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{9} - \frac{5}{6} \right) + \left( \frac{2}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{18} \right) \times \frac{3}{2} \right] \times \frac{6}{7} - \left[ \left( \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} \right] \right\} + \left[ \frac{1}{2} \times \left( 3 - \frac{1}{9} \right) \right] \times \frac{3}{13}$   $\frac{11}{12}$
- 469**  $\left\{ \frac{10}{3} \times \frac{21}{5} - \frac{5}{3} \times \left( 2 - \frac{1}{5} \right) - \left[ \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{10} \right) \times \left( 3 + \frac{3}{11} \right) - \frac{3}{7} \right] \times \left( \frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) \right\}$   $10$

**Risolvi i problemi.**

- 470** Un'eredità viene divisa tra quattro sorelle e un cugino. Se alle quattro sorelle spettano i  $\frac{13}{60}$  ciascuna, quale parte toccherà al cugino?  $\frac{2}{15}$
- 471** Un muratore deve riparare un tetto e ha bisogno di 15 giorni di lavoro. Se ogni giorno esegue i  $\frac{3}{49}$  di tutto il lavoro, quale parte dovrà fare l'ultimo giorno perché il tetto sia a posto?  $\frac{1}{7}$

- 472** I lavori per la costruzione di una nuova zona residenziale sono stati affidati a quattro ditte appaltatrici. Se le prime tre si sono divise il lavoro in parti uguali, pari ai  $\frac{7}{30}$  ciascuna, quale porzione di lavoro toccherà alla quarta ditta?  $\frac{3}{10}$
- 473** In una ditta, in occasione del matrimonio di un dipendente, viene acquistato un regalo la cui spesa è così ripartita:  $\frac{1}{190}$  viene dato da ogni operaio,  $\frac{2}{15}$  da ciascun impiegato e il resto è a carico del proprietario. Quale parte di spesa è a carico del proprietario se nella ditta lavorano 120 operai e 2 impiegati?  $\frac{29}{285}$
- 474** Una cantina sociale vende 136 litri e  $\frac{3}{4}$  di vino a € 0,72 il litro. Se il vino è costato 52 cent il litro, qual è il guadagno? € 27,35
- **475** Un orologio ritarda ogni giorno 4 minuti e 20 secondi: quanto ritarderà in 3 giorni e mezzo? 15 minuti e 10 secondi

## Divisioni

Scrivi la frazione reciproca, o inversa, di ciascuna delle seguenti frazioni.

**476**  $\frac{2}{7}$     $\frac{3}{8}$     $\frac{9}{1}$     $\frac{4}{5}$     $\frac{6}{11}$     $\frac{21}{4}$     $\frac{1}{10}$

**477**  $\frac{5}{2}$     $\frac{7}{17}$     $\frac{15}{11}$     $\frac{6}{6}$     $\frac{23}{9}$     $\frac{8}{13}$     $\frac{2}{10}$

Esegui le divisioni.

**478**  $\frac{3}{4} : \frac{9}{16}$     $\frac{45}{8} : \frac{15}{4}$     $\frac{32}{15} : \frac{48}{65}$     $\frac{4}{13} : \frac{16}{52}$

**479**  $\frac{28}{15} : \frac{42}{25}$     $\frac{3}{11} : \frac{21}{22}$     $5 : \frac{10}{3}$     $\frac{9}{44} : \frac{36}{77}$

**480**  $\frac{4}{7} : 8$     $\frac{7}{3} : \frac{28}{9}$     $\frac{14}{5} : \frac{21}{10}$     $\frac{5}{48} : \frac{15}{16}$

**481**  $\frac{20}{3} : 30$     $\frac{1}{9} : \frac{1}{18}$     $\frac{7}{16} : \frac{21}{2}$     $\frac{4}{81} : \frac{16}{63}$

**482**  $\frac{4}{9} : \frac{1}{27}$     $\frac{15}{56} : \frac{45}{8}$     $\frac{28}{9} : \frac{8}{27}$     $\frac{25}{72} : \frac{35}{18}$

**483**  $\frac{54}{25} : \frac{42}{55}$     $\frac{51}{12} : \frac{34}{36}$     $\frac{60}{39} : \frac{15}{26}$     $\frac{56}{27} : \frac{35}{18}$

Trasforma, nel modo indicato, ciascuna delle seguenti divisioni.

**484**  $8 : 4 = 2$     $8 \times \frac{1}{\dots} = 2$     $25 : 5 = 5$     $25 \times \frac{1}{\dots} = 5$

**485**  $12 : 3 = 4$     $12 \times \frac{1}{\dots} = 4$     $48 : 6 = 8$     $48 \times \frac{1}{\dots} = 8$

### esercizio svolto

$$\frac{28}{27} : \frac{7}{18} = \frac{28}{27} \times \frac{18}{7} = \frac{8}{3}$$

**486**  $132 : 11 = 12$      $132 \times \frac{1}{\dots} = 12$      $125 : 25 = 5$      $125 \times \frac{1}{\dots} = 5$

**487**  $63 : 9 = 7$      $63 \times \frac{1}{\dots} = 7$      $42 : 14 = 3$      $42 \times \frac{1}{\dots} = 3$

*Trascrivi e completa le divisioni.*

**488**  $\frac{35}{81} : \frac{\square}{9} = \frac{7}{9}$      $\frac{42}{55} : \frac{7}{\square} = \frac{6}{5}$      $\frac{100}{\square} : \frac{25}{9} = \frac{4}{3}$

**489**  $\frac{7}{3} : \frac{\square}{15} = \frac{5}{8}$      $\frac{5}{4} : \frac{9}{\square} = \frac{35}{18}$      $\frac{\square}{91} : \frac{12}{7} = \frac{5}{13}$

**490**  $\square : \frac{18}{5} = \frac{5}{9}$      $\square : \frac{35}{6} = \frac{6}{7}$      $\frac{35}{3} : \frac{\square}{21} = \frac{49}{4}$

**491**  $\frac{8}{15} : \frac{14}{\square} = \frac{4}{7}$      $\frac{\square}{63} : \frac{4}{27} = \frac{15}{7}$      $32 : \frac{\square}{3} = \frac{3}{2}$

**492**  $\frac{\square}{13} : \frac{4}{5} = \frac{85}{52}$      $\frac{40}{3} : \square = \frac{5}{6}$      $\frac{1}{33} : \frac{\square}{27} = \frac{9}{121}$

*Calcola il valore delle espressioni.*

**493**  $6 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$      $6 : \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

**494**  $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) : 2$      $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} : 2$

**495**  $\frac{5}{60} : \frac{3}{4} + \frac{1}{6} : 2$   $\frac{7}{36}$

**496**  $\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2} : \frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}\right)$   $\frac{23}{10}$

**497**  $\left(1 - \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : \frac{3}{10} \times \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{12}{7} : \frac{4}{7} - \frac{3}{5} - 1 : \frac{1}{2}\right)$   $\frac{41}{60}$

**498**  $\left(1 + \frac{1}{2} : \frac{5}{4} - 2 \times \frac{1}{4} : \frac{3}{8}\right) : \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{5} : \frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{9}{8}\right) : \frac{1}{3}$   $\frac{28}{15}$

**499**  $\left(2 : \frac{4}{5} + 3 : \frac{6}{7} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{9} - \frac{5}{3} : \frac{4}{5} \times \frac{8}{15}$   $\frac{1}{9}$

**500**  $\frac{2}{7} : \frac{6}{35} - 1 - \frac{3}{8} : \frac{15}{16} + \frac{3}{20} - 3 : \frac{72}{5}$   $\frac{5}{24}$

**501**  $\frac{3}{8} : \left(\frac{7}{4} - 1\right) \times \left(2 + \frac{1}{4}\right) + 1 - \frac{1}{3} : \left(\frac{17}{20} - \frac{3}{5}\right)$   $\frac{19}{24}$

**502**  $\left(\frac{3}{9} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{12} : \frac{49}{6}$   $\frac{37}{28}$

- 503**  $\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{14} - \frac{1}{16}\right) : \frac{11}{28} + \left(\frac{3}{4} : 3 - \frac{1}{8}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} : 2\right)$   $\frac{19}{12}$
- 504**  $\left(\frac{16}{64} : 2 + \frac{5}{6} : \frac{1}{5}\right) : \left(34 + \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{8} - \frac{1}{4} : 3 - \frac{3}{12} : 3$   $\frac{5}{6}$
- 505**  $\left(5 : \frac{10}{7} + 7 : \frac{3}{4}\right) : \left(3 + \frac{2}{3}\right) : 14 + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{4} : 3\right) : \left(3 + \frac{1}{6}\right)$   $\frac{3}{4}$
- 506**  $12 - \frac{7}{12} : \frac{14}{5} : \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \left(9 - \frac{35}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{3}$   $\frac{411}{32}$
- 507**  $\left(3 - \frac{1}{4} : 2 - \frac{1}{3} : 2\right) : \left(2 : \frac{3}{4} - \frac{1}{9} : \frac{1}{2}\right) : \frac{13}{11} : \frac{1}{8} + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6} : 2\right) : \left(1 + \frac{1}{2}\right)$  8
- 508**  $\frac{19}{38} + \frac{13}{39} : \left(1 - \frac{3}{4} : 3 - \frac{1}{6} : 2\right) : 6 + \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} : 2\right) : \frac{5}{2}$   $\frac{3}{4}$
- 509**  $\frac{33}{22} + \frac{5}{15} \times \left(2 - \frac{5}{12} : \frac{5}{6} - \frac{1}{6} : 2\right) : \frac{17}{4} + \frac{5}{6} : \frac{5}{2}$   $\frac{35}{18}$
- 510**  $\left[\left(2 - \frac{5}{8} - \frac{3}{2} : \frac{8}{3}\right) : \frac{13}{4} - \frac{1}{5}\right] : \frac{1}{16} - \frac{3}{10}$   $\frac{1}{2}$
- 511**  $\frac{2}{7} : \left[\left(\frac{4}{3} - 1\right) : \frac{4}{3}\right] \times \left[\left(3 - \frac{7}{3}\right) : \left(3 + \frac{7}{3}\right)\right]$   $\frac{1}{7}$
- 512**  $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{11}{15}\right) : \left[\frac{10}{17} : \left(1 - \frac{3}{13}\right)\right] \times \frac{4}{3}$  1
- 513**  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{28} + \frac{1}{2}\right) : \frac{9}{14} \times \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15}\right)$   $\frac{41}{16}$
- 514**  $\left[\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) : \frac{22}{9} + \left(1 - \frac{1}{18} - \frac{2}{3}\right) : \frac{4}{9} : \frac{5}{3}\right] : \frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$
- 515**  $\left[2 + \frac{1}{2} : \left(3 - \frac{1}{4}\right) \times 11\right] : \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{5}{12} - \frac{5}{12} : 2\right) : \frac{5}{2}$   $\frac{11}{4}$
- 516**  $\frac{5}{17} \times \left(2 + \frac{7}{5}\right) : \left[\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) \times \frac{5}{3} + \frac{1}{2}\right] - \left(1 - \frac{3}{5} : 3\right)$   $\frac{1}{5}$
- 517**  $\left[1 - \left(\frac{4}{15} + \frac{2}{21} + \frac{19}{35}\right)\right] : \frac{2}{3} + \frac{7}{9} : \left(1 + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{7}\right)$   $\frac{1}{9}$
- 518**  $\frac{1}{7} \times \left(\frac{27}{11} + 2\right) + 2 \times \left[\left(2 + \frac{5}{11}\right) \times \frac{1}{3} + 3 : \frac{11}{10} - 2\right] - \left(\frac{15}{22} - \frac{1}{2}\right)$   $\frac{39}{11}$
- 519**  $\left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) + \frac{6}{5} : \frac{9}{10}\right\} : \frac{7}{2} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{1}{10} \left\} : \frac{3}{4}$   $\frac{26}{15}$
- 520**  $\left\{\frac{5}{2} - \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10}\right)\right\} : \frac{4}{3} - \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{10}{9} - \frac{1}{3}\right)\right] : \frac{5}{3} \left\} + \left(\frac{3}{2} - 1\right) : \frac{5}{4}$   $\frac{14}{15}$

- **521**  $\left\{ \frac{4}{5} + \left[ \left( \frac{3}{10} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{5} \right] - \left( 1 - \frac{1}{3} \right) : 2 \right\} - \left[ \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) : \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right]$   $\frac{14}{15}$
- **522**  $\left[ \left( \frac{7}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : \frac{11}{5} - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right) : \frac{3}{2} \right] \times \frac{1}{2} + \left[ \left( \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - 1 \right) : \frac{3}{10} + 1 \right] : \frac{4}{3}$  1
- **523**  $10 \times \left( 1 - \frac{3}{5} + \frac{5}{2} \right) : \left[ 6 \times \left( 2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \right] \times \left[ \frac{4}{3} \times \left( \frac{3}{2} + 2 \right) + \left( \frac{2}{3} + 2 \right) \right] : 29$   $\frac{2}{3}$
- **524**  $3 : \frac{3}{4} : \frac{1}{2} : 3 + \left( 3 - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right) : \left( 1 - \frac{1}{6} \right) + \left[ \frac{5}{6} + \left( 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{7}{5} : 2 \right] : \frac{13}{2}$   $\frac{16}{3}$

**Risolvi i problemi.**

- 525** Si vuol dividere un tessuto lungo 240 m in tagli di  $\frac{3}{4}$  di metro ciascuno. Quante parti si potranno avere? Se ciascun taglio viene venduto a € 13,40 euro, quanto si ricaverà dalla vendita? **320; € 4288**
- 526** Una concessionaria di automobili per incentivare le vendite effettua condizioni di pagamento rateale. Al ritiro della vettura si versano  $\frac{3}{5}$  dell'importo totale, la differenza viene pagata mensilmente versando ogni volta  $\frac{1}{25}$  della somma. In quante rate si completerà il pagamento? 10
- 527** Un tale nell'acquistare dei mobili paga alla prenotazione  $\frac{2}{9}$  del prezzo convenuto, il resto dilazionato in 14 rate mensili. Quale parte del prezzo pagherà ogni mese?  $\frac{1}{18}$
- 528** In un frantoio una bottiglia di olio d'oliva da  $\frac{3}{4}$  di litro costa € 2,85. Quanto si pagherà  $\frac{6}{5}$  di litro d'olio della stessa qualità? **€ 4,56**
- 529** Un proprietario terriero vende  $\frac{3}{10}$  del vino prodotto dalla sua azienda, ne tiene  $\frac{1}{15}$  per il consumo della sua famiglia e il resto lo divide tra i suoi tre fratelli. Quale parte prenderà ciascun fratello?  $\frac{19}{90}$
- 530** Si debbono trasportare 232 m<sup>3</sup> di terra con un camion della portata di  $\frac{29}{4}$  di m<sup>3</sup>. Quanti viaggi dovrà effettuare il camion per completare il trasporto? 32

**Frazioni a termini frazionari**

Calcola il valore delle frazioni di frazioni.

- 531**  $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{4}}$      $\frac{\frac{11}{12}}{\frac{7}{16}}$      $\frac{\frac{21}{25}}{\frac{15}{16}}$      $\frac{\frac{5}{4}}{\frac{9}{5}}$      $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}}$
- 532**  $\frac{\frac{8}{5}}{\frac{3}{4}}$      $\frac{\frac{9}{7}}{\frac{4}{5}}$      $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{5}}$      $\frac{\frac{11}{4}}{\frac{3}{4}}$      $\frac{\frac{21}{5}}{\frac{5}{6}}$

**esercizio svolto**

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{3}{4} : \frac{9}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{3}$$



Calcola il valore delle espressioni.

$$533 \quad \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \quad \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \quad 7; \frac{5}{3}$$

$$534 \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} + \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{5}{2}$$

$$535 \quad \frac{1 + \frac{1}{5}}{3 - \frac{1}{4}} \quad \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{7}{4}} \quad \frac{3}{2 + \frac{5}{9}} \quad \frac{2 - \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} + 1} \quad \frac{1 + \frac{1}{4}}{2 - \frac{1}{2}} \quad \frac{24}{55}; \frac{2}{7}; \frac{27}{23}; \frac{25}{24}; \frac{5}{6}$$

$$536 \quad \frac{9}{\frac{81}{10}} \quad \frac{7 + \frac{1}{5}}{30} \quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{4} + 1} \quad \frac{2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{11}{2}} \quad \frac{2 - 4 \times \frac{1}{2}}{5} \quad \frac{10}{9}; \frac{6}{25}; \frac{6}{5}; \frac{1}{3}; 0$$

$$537 \quad \frac{\frac{8}{2}}{\frac{5}{5}} : \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{7}} \times \frac{3}{\frac{5}{7}} \quad \frac{16}{9}$$

$$538 \quad \frac{\frac{1}{9}}{\frac{3}{2}} \times \frac{5}{\frac{4}{3}} : \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{5}} \quad \frac{4}{9}$$

$$539 \quad \frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{8}} + \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} + \frac{\frac{9}{8}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{293}{42}$$

$$\bullet 540 \quad \frac{\left(3 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{13}}{\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}} : \frac{1 + \frac{1}{2}}{3 - \frac{4}{5}} \quad \frac{22}{9}$$

$$\bullet 541 \quad \frac{\left(\frac{4}{3} - 1\right) \times \frac{9}{2}}{\frac{3}{5} + 1} - \frac{\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 2}{\left(3 - \frac{8}{3}\right) \times \frac{3}{2}} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \times \frac{2}{3} \quad \frac{3}{16}$$

$$\bullet 542 \quad \frac{\frac{3}{4} \times \frac{5}{9} - \frac{1}{12}}{\left(3 - \frac{1}{4}\right) : \frac{11}{2}} - \frac{1 - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}}{\frac{5}{8} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{6}} \quad \frac{5}{48}$$

- **543**  $\frac{2 \times \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{10}}{\frac{5}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3}} + \frac{\left(3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{9}{2} - \frac{1}{8} \times \frac{4}{3}}$   $\frac{5}{4}$
- **544**  $\frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{3}}{2} + \frac{\frac{5}{6} + \frac{1}{3} : 4}{5} : \frac{11}{30} + \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{12} : 2}{4}$   $\frac{43}{48}$
- **545**  $\frac{\frac{4}{5}}{1 + \frac{3}{4} : 3} + \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : 3} - \frac{\frac{1}{12}}{3 + \frac{1}{5} : 2} : \frac{1}{31}$   $\frac{167}{300}$
- **546**  $\left[ \left(1 - \frac{3}{4} : 3\right) : \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} : 3} + \frac{1}{\frac{3}{8} + \frac{1}{8} : 2} : \frac{1}{7} \right] : \frac{3}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} : 3}$  2

## Potenze

Calcola le potenze di frazioni.

- 547**  $\left(\frac{3}{4}\right)^2$     $\left(\frac{5}{2}\right)^3$     $\left(\frac{6}{7}\right)^2$     $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
- 548**  $\left(\frac{1}{10}\right)^3$     $\left(\frac{1}{5}\right)^4$     $\left(\frac{2}{7}\right)^3$     $\left(\frac{3}{2}\right)^5$
- 549**  $\left(\frac{3}{5}\right)^0$     $\left(\frac{5}{6}\right)^2$     $\left(\frac{4}{9}\right)^2$     $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

Semplifica, poi calcola le potenze di frazioni.

- 550**  $\left(\frac{4}{6}\right)^3$     $\left(\frac{6}{8}\right)^2$     $\left(\frac{10}{15}\right)^3$     $\left(\frac{4}{12}\right)^4$
- 551**  $\left(\frac{9}{18}\right)^5$     $\left(\frac{15}{5}\right)^3$     $\left(\frac{14}{21}\right)^4$     $\left(\frac{10}{20}\right)^6$
- 552**  $\left(\frac{18}{30}\right)^4$     $\left(\frac{28}{42}\right)^6$     $\left(\frac{9}{90}\right)^5$     $\left(\frac{120}{135}\right)^2$
- 553**  $\left(\frac{72}{126}\right)^3$     $\left(\frac{120}{144}\right)^3$     $\left(\frac{81}{162}\right)^5$     $\left(\frac{15}{100}\right)^2$

Calcola le potenze di frazioni.

- 554**  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3$     $\left(3 + \frac{1}{4}\right)^2$     $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)^3$   $\frac{1}{8}; \frac{169}{16}; \frac{729}{1000}$
- 555**  $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^3$     $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)^2$     $\left(3 + \frac{1}{6}\right)^2$   $\frac{1}{27}; \frac{1}{64}; \frac{361}{36}$

### esercizio svolto

$$\left(\frac{1}{\frac{5}{10}}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

$$556 \quad \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{18}\right)^3 \quad \left(\frac{3}{11} + \frac{5}{22}\right)^2 \quad \left(\frac{8}{9} + \frac{13}{36}\right)^2 \quad \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{25}{16}$$

$$557 \quad \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)^3 \quad \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{25} + 1\right)^2 \quad \frac{512}{125}; \frac{1024}{625}$$

Semplifica le espressioni, sfruttando le proprietà delle potenze e calcolane il valore.

$$558 \quad \left(\frac{7}{10}\right)^6 : \left(\frac{7}{5}\right)^6$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^4 \times \left(\frac{8}{15}\right)^4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

**esercizio svolto**

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^2 : \left(\frac{14}{15}\right)^2 = \left(\frac{7}{5} : \frac{14}{15}\right)^2 = \left(\frac{7}{5} \times \frac{15}{14}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$559 \quad \left(\frac{9}{20}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^3 \quad \left(\frac{5}{12}\right)^2 : \left(\frac{15}{21}\right)^2 \quad \left(\frac{9}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$560 \quad \left(1 - \frac{7}{9}\right)^8 : \left(1 - \frac{7}{9}\right)^5 \quad \left(1 + \frac{1}{4}\right)^7 : \left(1 + \frac{1}{4}\right)^4$$

$$561 \quad \left[\left(\frac{11}{3}\right)^2\right]^3 : \left(\frac{11}{3}\right)^4 \quad \left(\frac{1}{6}\right)^{18} : \left[\left(\frac{1}{6}\right)^5\right]^3$$

$$\bullet 562 \quad \left[\left(\frac{15}{14}\right)^4\right]^2 : \left\{\left[\left(\frac{15}{28}\right)^2\right]^2\right\} \quad \left[\left(\frac{5}{2}\right)^6\right]^4 \times \left[\left(\frac{4}{10}\right)^3\right]^8$$

Calcola il valore delle espressioni.

$$563 \quad 1 - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}\right)^2 \quad \frac{11}{16}; \frac{1}{4}$$

$$564 \quad \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{3}{40} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{35}{8} \quad \frac{5}{6}$$

$$565 \quad \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{3}{4}\right)^2 \quad \frac{8}{3}$$

$$566 \quad \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)^2 : \left(2 + \frac{1}{5}\right)^2 \quad \frac{1}{4}$$

$$567 \quad \left(3 + \frac{1}{4}\right)^4 : \left(4 - \frac{3}{4}\right)^2 \quad \frac{169}{16}$$

$$568 \quad \left(\frac{7}{8} : \frac{35}{16}\right)^2 + \left(\frac{15}{7} : \frac{30}{7}\right)^2 \quad \frac{41}{100}$$

$$569 \quad \left[5 + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2\right] : 5 \quad \frac{10}{9}$$

- 570**  $\left(3 + \frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{4}{7} + \left(2 - \frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^2$  16
- 571**  $\left(2 + \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{4} + \left(3 - \frac{1}{2} \times 5\right) + \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$   $\frac{15}{4}$
- 572**  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{10}\right) \times \frac{4}{39} + \left(\frac{13}{12} - \frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$   $\frac{12}{5}$
- 573**  $\left(4 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 + \frac{2}{9}\right) \times \frac{5}{2} \times \left(3 + \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2$   $\frac{117}{4}$
- 574**  $\frac{22}{15} : \left(\frac{27}{7} - 3 \times \frac{1}{5} - \frac{1}{2} - \frac{13}{5}\right) : \frac{14}{3} - \left(2 - \frac{9}{5}\right)^2$   $\frac{49}{25}$
- 575**  $\left(8 - \frac{36}{7}\right) \times \left(27 - 7 - \frac{4}{3}\right) \times \left(2 - \frac{1}{2}\right)^4$  270
- 576**  $15 - 15 : \frac{15}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} : \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times 9 - 9$   $\frac{43}{24}$
- 577**  $\left(2 - \frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \frac{5}{58} + \frac{3}{4} \times \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(3 - \frac{9}{4}\right)$   $\frac{17}{24}$
- 578**  $\left(3 + \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{2}{11}\right)^2 \times \left(2 + \frac{2}{5} : \frac{3}{7}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$   $\frac{18}{25}$
- 579**  $\frac{6}{5} : 3 - \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \times \left(3 - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{2} + 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2$   $\frac{149}{60}$
- 580**  $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] \times \left(7 + \frac{1}{9}\right)$  16
- 581**  $\left[\frac{6}{5} - \left(3 \times \frac{1}{9} + \frac{13}{15}\right)\right]^3 + \left(\frac{3}{4} : \frac{9}{2} - \frac{1}{6}\right)$  0
- 582**  $\left\{\left[\left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 : \frac{3}{8}\right] \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7^2}{8}\right\} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$   $\frac{69}{16}$
- 583**  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \left\{\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right] + \frac{1}{8} : \frac{3}{8}\right\} - \left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{1}{2}\right\}$   $\frac{1}{2}$
- 584**  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{3}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{15}{2} \times \frac{1}{3}\right] \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 : \frac{3}{8} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{4}{3}\right] \times \frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$
- 585**  $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \frac{5}{3} + \frac{1}{2}\right] + \left\{\left[\left(1 - \frac{1}{10}\right) \times \frac{5}{4} : \frac{3}{2}\right] + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{4}{5} \times \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\} - \left(\frac{7}{12} + 1\right) : \frac{19}{24}$   $\frac{17}{30}$
- 586**  $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] \times \left(\frac{6}{7}\right)^1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5} + 2\right)$   $\frac{7}{60}$

- **587**  $\left[ \left( \frac{2}{7} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{21}{11} - \left( \frac{1}{3} \right)^2 \times \frac{9}{2} - \left( \frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{9}{7} \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] - \left[ \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{10} \right) : \left( \frac{3}{10} \right)^2 \times \frac{1}{10} \right]$   $\frac{7}{15}$
- **588**  $\left( 1 + \frac{1}{6} - \frac{7}{12} \right) : \frac{7}{4} - \left\{ \left[ \left( 2 - \frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{4}{9} + \left( \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{4}{3} \right] : \frac{13}{4} - \left( 1 - \frac{1}{2} \right)^2 \right\}$   $\frac{5}{36}$
- **589**  $\left\{ \left[ \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \times \frac{15}{2} - \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \times \frac{4}{3} \right] : \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right\} - \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{5} \right)^2 \times \frac{25}{2} \right]$   $\frac{19}{12}$
- **590**  $\frac{5}{2} \times \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) : \left( 2 + \frac{1}{2} \right)^2 + \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2 \times \left( \frac{5}{2} \right)^2 \times \frac{9}{10} \right] - \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \times \frac{4}{3} - \left( \frac{3}{4} \right)^0 \right]$   $\frac{11}{2}$
- **591**  $\left( \frac{5}{2} \right)^3 : \left( \frac{5}{2} \right)^2 - \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{3}{7} - \left( 1 - \frac{5}{6} \right)^2 \right] \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 - \left[ \left( 1 + \frac{1}{3} \right)^2 - \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] \times \frac{9}{32}$   $2$
- **592**  $\left( \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)^2 \times \frac{2}{3} + \left\{ \left[ \left( \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{5}{2} - \left( \frac{1}{2} \right)^3 \times \frac{2}{3} \right] + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right\} - \left[ \left( \frac{5}{2} \right)^2 \times \frac{2}{5} : \frac{5}{2} - \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]$   $\frac{29}{12}$

## 6 Esercizi di riepilogo sulle espressioni con frazioni

Calcola il valore delle espressioni.

- 593**  $\frac{5}{6} : \frac{15}{4} + \frac{13}{5} : \frac{39}{10} - \frac{4}{9} : \frac{5}{6}$   $\frac{16}{45}$
- 594**  $\frac{3}{8} : \left( \frac{7}{4} - 1 \right) \times \left( 2 + \frac{1}{4} \right) + 1 - \frac{1}{3} : \left( \frac{17}{20} - \frac{3}{5} \right)$   $\frac{19}{24}$
- 595**  $\left( \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{4}{15} \right) : \frac{35}{18} - \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{7} - \frac{1}{3} \right) : \frac{17}{8}$   $\frac{1}{3}$
- 596**  $\left( \frac{2}{5} - \frac{4}{35} + 1 \right) : \left( \frac{5}{21} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} \right) + \frac{4}{5} : \frac{6}{25} - 3$   $1$
- 597**  $\frac{5}{73} \times \left( \frac{3}{5} + 5 - \frac{1}{8} \right) - \left( \frac{2}{15} + \frac{4}{9} - \frac{1}{3} \right) : \frac{22}{9}$   $\frac{11}{40}$
- 598**  $\frac{6}{7} \times \left( 2 + \frac{4}{7} : \frac{8}{21} \right) - \left( 1 + \frac{3}{7} : \frac{15}{21} \right) + \left( \frac{1}{11} \times \frac{33}{2} - \frac{4}{3} \right) + \frac{1}{30}$   $\frac{8}{5}$
- 599**  $\left( \frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) : \frac{3}{5} + \frac{3}{4} : \left[ \frac{2}{3} - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) \right] - \frac{26}{9}$   $\frac{2}{9}$
- 600**  $\left[ \left( 2 + \frac{4}{5} \right) : \left( 1 + \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{4} \times \left( 1 - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right] : \frac{2}{5} - \frac{1}{2}$   $9$

- 601**  $\left[\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{5}\right] : \frac{1}{6}$  7
- 602**  $\left[\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) : \frac{9}{10} - \frac{1}{9}\right] : \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right]$   $\frac{1}{15}$
- 603**  $\frac{3}{2} - \left[\frac{3}{13} + \left(\frac{2}{35} + \frac{3}{20}\right) \times \frac{70}{377} - \frac{4}{5} : \frac{52}{15}\right]$   $\frac{19}{13}$
- 604**  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) : \frac{4}{9} - 1 : 8\right] - \frac{1}{11} : 3$   $\frac{13}{12}$
- 605**  $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{9}{4} + \frac{5}{2} : \frac{20}{7}\right) - \frac{1}{6}\right] : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{5}$  5
- 606**  $\frac{16}{35} \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) : \frac{34}{5} + \frac{2}{3}\right] : \left[1 + \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)\right]$   $\frac{6}{25}$
- 607**  $\left[\left(\frac{9}{10} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{18}{5}\right] : \left[\left(\frac{67}{72} - \frac{5}{8}\right) \times \left(1 + \frac{5}{22}\right) : \frac{1}{4}\right] \times \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{10}\right)$   $\frac{9}{5}$
- 608**  $\left[2 - \left(2 - \frac{10}{6} + \frac{9}{15}\right) \times \frac{45}{35}\right] \times \left[1 + \frac{10}{16} \times \left(\frac{6}{15} \times \frac{9}{7} + \frac{2}{7}\right)\right]$   $\frac{6}{5}$
- 609**  $\left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{4} : \frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{2} - \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right)\right] : \frac{2}{15}$   $\frac{17}{12}$
- 610**  $\left(3 + \frac{1}{4} : \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{5}{6}\right) + \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} : 3\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4} : 10\right)\right] \times \left(\frac{2}{37} + \frac{3}{37}\right) - \frac{1}{48}$   $\frac{3}{4}$
- 611**  $\left[\left(\frac{7}{9} + \frac{2}{3} - \frac{13}{9}\right) \times \left(\frac{5}{4} : \frac{10}{3} + \frac{1}{6}\right) + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right] : \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right) + \frac{4}{5}$   $\frac{9}{5}$
- 612**  $\frac{4}{3} \times \left\{\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} - \left[\frac{5}{6} \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{3}\right) : \frac{11}{3}\right] : 3\right\}$   $\frac{1}{3}$
- 613**  $\left\{\frac{2}{7} : \left(1 + \frac{1}{5}\right) - \left[\left(\frac{2}{7} + \frac{2}{3}\right) : 5 - \frac{2}{21}\right]\right\} : \frac{1}{14}$  2
- 614**  $\left\{\left[\frac{9}{2} : \left(2 + \frac{1}{4}\right) + \left(2 + \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2}\right] : 2 - \frac{3}{4}\right\} : \frac{1}{2}$   $\frac{3}{2}$
- 615**  $\left\{\left[\frac{5}{3} : \left(1 + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{2} : \frac{3}{5}\right] : \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4} + \left(\frac{9}{4} + \frac{1}{2}\right) : 11\right]\right\} : \frac{23}{5}$   $\frac{2}{3}$
- 616**  $\frac{7}{3} - \left\{1 + \left[\left(\frac{1}{24} : \frac{1}{16} : \frac{5}{9} - 25 \times \frac{8}{15} : 16 + \frac{1}{5}\right) : 34 + \frac{3}{12}\right] \times 5\right\}$  0

- 617**  $\left[ \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \times \left( \frac{7}{4} - \frac{4}{3} \right) \right] - \left( \frac{1}{5} \right)^3$   $\frac{321}{500}$
- 618**  $\left[ \left( \frac{3}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) : \left( \frac{2}{3} \right)^3 - \left( \frac{5}{4} - 1 \right) : \left( 1 - \frac{3}{4} \right) \right] \times \frac{15}{41} - \frac{1}{2}$  1
- 619**  $\left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{40}{33} \right)^2 \times \left( \frac{10}{3} \right)^3 + \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{45} \right) \times \frac{45}{136} \right] \times \frac{3}{8}$   $\frac{3}{4}$
- 620**  $\left( \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) + \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 : \left( 2 + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{2}{25} \right] : \left[ 1 + \left( \frac{3}{5} \right)^2 : \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right]$  1
- 621**  $\left( 1 + \frac{2}{3} \right) : \left( 2 + \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} \times \frac{14}{3} - 1 \right)^3 \times \frac{5}{3} + \left[ 3 \times \frac{3}{7} - 2 : \frac{5}{3} \right] : \frac{3}{5}$   $\frac{58}{63}$
- 622**  $\left[ \left( 3 - \frac{11}{9} \right) : \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \right]^2 + \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{3} - \left( 1 - \frac{1}{5} : 3 \right) \times 3$   $\frac{1}{36}$
- 623**  $\left( 1 - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{2} \times \left( \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right)^2 \times \left( 2 - \frac{1}{2} \right) + 3 \times \left( 4 - \frac{7}{2} \right) - \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^2 : \left( \frac{1}{3} : 3 \right) \right]^3$  1
- 624**  $\left[ 2^3 + \left( \frac{2}{3} \right)^3 \right] \times \left[ 3^2 - \left( 1 + \frac{1}{2} \right)^2 \right]$  56
- 625**  $\left\{ \frac{2}{3} - \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} \right) : \frac{4}{5} \right] : \left( 7 : \frac{2}{3} \right) \right\} : \frac{51}{49} - \left( \frac{1}{2} \right)^2$   $\frac{1}{3}$
- 626**  $\left\{ \left[ \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{3}{5} \right] : \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^3 + \frac{3^2}{2^3} \right] \right\}^2$   $\frac{1}{36}$
- 627**  $\left( 2 - \frac{3}{4} \right)^2 - 3 \times \frac{3}{4} \times \left\{ \frac{3}{4} - \left[ \frac{17}{10} - \frac{3}{2} \times \left( 1 - \frac{1}{5} \right) \right]^2 \right\}$   $\frac{7}{16}$
- 628**  $\frac{5}{12} + \left\{ \left[ \frac{10}{9} : \left( \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{6} \right)^2 - \frac{3}{5} \right]^2 - \left( \frac{2}{3} \right)^3 \right\} : \frac{4}{9}$  2
- 629**  $\left[ \left( 2 - \frac{1}{3} \right)^2 \times \frac{3}{5} \right] : \left\{ \left[ 5 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \times 12 \right] \times \left( \frac{3}{4} \right)^2 - \left[ \frac{5}{3^2} + \left( \frac{2}{3} \right)^2 : \frac{1}{4} \right] \right\}$   $\frac{10}{13}$
- 630**  $\left[ \left( 1 + \frac{6}{7} : 2 \right) \times \left( \frac{3}{14} + \frac{1}{21} - \frac{1}{6} \right) \right] : \left[ \frac{3}{5} : \frac{7}{5} + \left( 1 - \frac{5}{7} \right)^2 \right]$   $\frac{4}{15}$
- 631**  $\left[ \left( \frac{3}{2} + \frac{15}{9} - \frac{5}{6} \right)^2 : \left( \frac{7}{2} - 1 \right) : \left( \frac{4}{3} + 1 \right) + \frac{4}{5} \right] : \frac{13}{5} - \frac{1}{2}$   $\frac{1}{6}$

- 632**  $\left[ \left( \frac{7}{5} - \frac{9}{10} + \frac{5}{30} \right)^3 : \left( \frac{14}{9} - 1 \right) \times \left( \frac{2}{3} + 1 \right) + \frac{2}{3} \right] : \frac{14}{5} - \frac{1}{3}$   $\frac{2}{9}$
- 633**  $\left[ \frac{16}{9} + \left( \frac{12}{5} - \frac{3}{2} : \frac{5}{4} + 1 \right) \times \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{5}{3} - \frac{11}{6} \right) + \left( \frac{3}{10} \times \frac{30}{45} - \frac{1}{5} \right) : \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right] : \left( \frac{4}{3} \right)^2$  1
- 634**  $\left[ \frac{27}{8} + \left( \frac{14}{3} - \frac{3}{4} : \frac{5}{2} + 1 \right) \times \left( \frac{7}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{25}{12} \right) + \left( \frac{4}{15} \times \frac{30}{40} - \frac{1}{5} \right) : \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right] : \left( \frac{3}{2} \right)^2$   $\frac{3}{2}$
- 635**  $\left( 1 + \frac{3}{4} \right)^2 \times \left\{ \frac{2}{5} - \left[ \frac{4}{5} - \left( \frac{25}{9} - \frac{5}{3} \right)^2 : \left( \frac{5}{3} \right)^2 \right] \right\} : \left( \frac{1}{3} + \frac{29}{60} \right)$   $\frac{1}{6}$
- 636**  $\left\{ \left[ \left( \frac{11}{9} - \frac{3}{4} - \frac{2^4}{6^2} \right) \times \left( \frac{4}{3} \right)^3 : \left( \frac{2}{3} \right)^3 \right]^2 + \frac{17}{81} : \left( 2 - \frac{5}{3} \right)^2 \right\} : \left( \frac{2}{3} \right)^2$   $\frac{157}{36}$
- 637**  $1 - \left\{ 2 - \left[ 4 + \left( 1 + \frac{9}{2} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right) : \left( 3 - \frac{1}{2} \right) \right] : \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} : \frac{1}{9} \right) : \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right] \right\}$   $\frac{1}{2}$
- 638**  $\left[ \left( \frac{2}{3} \right)^3 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 - 3 \times \left( \frac{2}{10} \right)^2 : \left( \frac{4}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \right)^2 \right] : \left[ \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{10} - \frac{4}{15} \right)^2 : \left( \frac{1}{2} \right)^3 + \frac{4}{3} \right]^2$   $\frac{1}{3}$
- 639**  $\left( \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) + \left\{ \left[ \left( 2 - \frac{2}{3} \right) : \left( \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{6} \right) - \frac{3}{5} \right]^2 - \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right\} : \left( \frac{5}{6} - \frac{5}{8} \right)$   $\frac{37}{12}$
- 640**  $\left( 1 + \frac{1}{2} \right) - \left( 1 - \frac{1}{3} \right) + \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 : \left( 2 + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{7}{15} : \frac{35}{6} \right] : \left[ 1 + \left( \frac{3}{5} \right)^2 : \frac{1}{3} - \left( 1 - \frac{3}{5} \right) \right]$  1
- 641**  $\frac{2}{3} + \left\{ \frac{7}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{11}{12} : \frac{33}{15} - \left[ \frac{14}{3} \times \left( \frac{2}{9} - \frac{1}{6} \right) + 2 - \frac{25}{27} \right] \right\} : \left( 1 - \frac{12}{25} \right) \times \frac{13}{2}$   $\frac{17}{3}$
- 642**  $\left[ \left( \frac{1}{3} \right)^2 : \frac{4}{3} + \frac{1}{6} \right] : \left[ \frac{5}{2} - \frac{2}{3} \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right] : \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] :$   
 $: \left[ \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2 : \frac{2}{3} \right] - \left[ 1 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right] : \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right]$   $\frac{5}{4}$
- 643**  $\left\{ \frac{3}{2} + \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{10}{5} \right) \times \left( \frac{2}{6} - \frac{1}{9} \right) + \left( \frac{1}{30} \right)^0 \right] - \frac{2}{7} \right\} - \frac{2^2}{2^3} =$   $\frac{31}{24}$
- 644**  $\left[ \left( \frac{1}{2} \right)^3 : \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 \times \left[ \left( \frac{10}{3} \right)^2 : \frac{10}{9} \right]^2 - \left\{ \left[ \left( \frac{3}{8} \right)^3 \times \frac{3}{8} : \left( \frac{3}{8} \right)^5 \right] \right\} =$  24



$$\bullet \text{ 645 } \left\{ \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right)^3 - \left( \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \right) : \left( \frac{10}{30} \times \frac{11}{2} \right) + \left( \frac{2}{5} - \frac{3}{11} - \frac{1}{55} \right) \right]^2 \times \frac{11}{12} \right\} - \left( \frac{6}{22} : 2 \right) : \frac{1}{2} = \frac{9}{11}$$

$$\bullet \text{ 646 } \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{8}{5} - \frac{3}{4} \right) \times \frac{10}{9} \right] : \left[ \left( \frac{4}{12} + \frac{9}{15} + \frac{8}{45} \right) \times \frac{3}{5} \right] \right\} - \left\{ \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{3}{8} - \frac{1}{6} \right) \times \frac{2}{15} \right] \right\} = \frac{31}{18}$$

$$\bullet \text{ 647 } \left\{ \frac{4}{3} + \left[ \frac{2}{3} \times \frac{7}{9} : \left( \frac{7}{6} \times \frac{7}{9} \right) \right]^2 : \left[ \left( \frac{2}{7} \right)^5 \times \left( \frac{2}{7} \right)^0 : \left( \frac{2}{7} \right)^3 \right] - \left( \frac{4}{2} \right)^2 - \left( \frac{5}{6} \times \frac{3^2}{7} \right) : \frac{11}{6} \right\} = \frac{1}{7}$$

$$\bullet \text{ 648 } \left\{ \left[ \left( \frac{5}{3} \right)^2 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{12} : \frac{1}{2} \times \frac{5^2}{2} \right) \right] + 10^2 \times \left( \frac{4}{5} \right)^2 : \frac{2^6}{3} \right\} : \left[ \frac{35}{16} + \left( \frac{3}{2^2} \right)^2 \times \frac{1}{2} \right] = 2$$

$$\bullet \text{ 649 } \left[ \frac{1}{4} : \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] : \left[ \frac{5}{3} - \frac{3}{2} \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] : \left( \frac{3}{4} \right)^2 + \left[ \left( \frac{4}{3} \right)^2 \times \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right] : \left[ \frac{4}{9} : \frac{4}{3} \right] - \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right] = \frac{32}{9}$$

$$\text{650 } \frac{\left( \frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) : \left( 2 + \frac{12}{25} \right) + \frac{1}{4}}{\left( \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \times \frac{3}{23}} = \frac{7}{2}$$

$$\text{651 } \frac{\left( \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right)^2 : \left( \frac{4}{3} - \frac{2}{5} \right) + \left( \frac{3}{5} - \frac{4}{7} \right)}{\left( \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \right)^2 \times \left( 2 + \frac{4}{7} \right) : \left( 3 - \frac{2}{3} \right)} = \frac{2}{63}$$

$$\bullet \text{ 652 } \frac{\left[ \left( \frac{3}{20} + \frac{1}{5} \right) \times \frac{8}{21} + \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : \frac{5}{4} \right] \times \frac{3}{4}}{\left( \frac{3}{25} - \frac{1}{50} \right) : \left( \frac{5}{3} \times \frac{9}{10} + \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{15}} = \frac{9}{4}$$

$$\bullet \text{ 653 } \frac{\left[ 2 + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)^2 \times \left( 5 - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \times \frac{10}{137}}{\left[ \frac{5}{4} - \left( 2 - \frac{7}{8} \right) + \frac{1}{2} \right]^2 : \left( 2 - \frac{1}{8} \right)} = \frac{3}{4}$$

$$\bullet \text{ 654 } \frac{\left( \frac{6}{5} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{3} \right)^2 \times \left( \frac{1}{2} - \frac{5}{12} : \frac{15}{2} \right) + \left( 1 + \frac{4}{3} \right) \times \left( \frac{9}{7} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{7} \right)}{\frac{1}{4} + \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{35}{12} : \frac{7}{2} \right) : \left[ \left( \frac{1}{15} + \frac{25}{24} - \frac{7}{40} \right) \times \frac{1}{14} + \frac{49}{15} \times \frac{1}{14} \right]} = \frac{6}{7}$$

$$\bullet 655 \frac{\left[ \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \times \frac{8}{7} \times \frac{7}{11} \right] : \frac{3}{22} - \left( \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \right) \times \frac{14}{9}}{\left[ \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) \times \frac{4}{3} + \frac{1}{5} \right] : \frac{11}{3} + \left( \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right)} \times \frac{11}{130} \quad \frac{4}{3}$$

$$\bullet 656 \frac{\left[ \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)^2 \times \frac{6}{49} + \frac{1}{4} \right] \times \frac{1}{2} - \left( \frac{3}{2} - 1 \right)^2 \times \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right) \times \frac{5}{3}}{\left[ \left( 2 + \frac{1}{4} \right)^2 \times \frac{8}{81} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{10}{3} \right] - \left( \frac{7}{3} - 2 \right)^2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\bullet 657 \frac{\left[ \left( \frac{4}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{2} \right) : \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right] \times \frac{10}{3}}{\left[ \left( 1 - \frac{1}{4} \right)^2 \times \frac{8}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \right] \times \frac{1}{4}} \quad \frac{88}{3}$$

$$\bullet 658 \frac{\frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{5}{16}} + \frac{3 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{3}}{\left( \frac{1}{2} \right)^2 - \left( \frac{1}{4} \right)^2} \times \frac{2}{3} \times \left( \frac{3}{2} \right)^2 \quad 6$$

$$\bullet 659 \frac{\left[ \left( 1 - \frac{1}{4} \right)^2 \times \frac{8}{3} + \frac{1}{2} \right] \times \left( 3 - \frac{7}{5} \right) : \frac{16}{5} + \frac{1}{20}}{\left( 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) \times \frac{17}{22} + \left[ \left( 2 - \frac{3}{2} \right)^2 : \frac{5}{4} + \left( 1 - \frac{4}{5} \right) \right]} \quad \frac{14}{11}$$

$$\bullet 660 \frac{\left( 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) \times \frac{8}{13} - \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \right) : \frac{13}{4}}{\left( 2 + \frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{4}{15} - 3 \times \left( 1 - \frac{1}{2} \right)} \quad \frac{19}{3}$$

$$\bullet 661 \frac{\left[ \frac{12}{5} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)^2 : \frac{3}{8} \right] : 7 + \frac{1}{16} \times \frac{8}{3}}{\left\{ \left[ \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right) \times \frac{15}{7} \times \frac{14}{3} + \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{1}{5} - \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} \right] \right\} \times \left( \frac{1}{2} + 3 \right)} \quad \frac{24}{7}$$

$$\bullet 662 \frac{\left( \frac{5}{4} - \frac{6}{5} \right) \times \frac{10}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times \frac{8}{9} - \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2 \times \frac{3}{2}}{\left( \frac{5}{2} : \frac{25}{4} + 1 \right) \times \frac{4}{7} + \frac{4}{9} : \frac{2}{3}} \times \left( 5 + \frac{1}{2} \right) \quad \frac{5}{24}$$

$$\bullet \text{ 663 } \frac{\left\{ \left[ \left( \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} + 1 \right) \times \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{4}{9} \right] + \frac{1}{2} \right\} - \left( 1 - \frac{1}{3} \right)}{\left[ \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{5}{2} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \right] - \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{10} \right) \times \frac{5}{6}} \quad \frac{5}{12}$$

$$\bullet \text{ 664 } \frac{\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}}{3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{2}}{\left( \frac{3}{2} \right)^2} \quad 0 \quad \bullet \text{ 665 } \frac{\frac{2}{3} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right)}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}} : \frac{\frac{1}{4} \times \left( 1 - \frac{1}{5} \right)}{\left( 2 - \frac{1}{3} \right) \times \frac{3}{2}} \quad \frac{25}{2}$$

## 7 Problemi con le frazioni

**Problema diretto: dato un numero, o una grandezza, calcolarne una frazione**

**666** Aggiungi alla somma di  $\frac{1}{15}$  e  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$  e poi togli  $\frac{3}{5}$ .  $\frac{1}{5}$

**667** Togli a un intero  $\frac{1}{2}$ . Quanto ti resta?  $\frac{1}{2}$

**668** Se a un intero aggiungi  $\frac{1}{3}$ , quanto ottieni?  $\frac{4}{3}$

**669** Marisa regala  $\frac{1}{4}$  delle sue figurine a Luigi e  $\frac{2}{3}$  a Marco. Quante figurine le restano?  $\frac{1}{12}$

**670** Mi regalano una torta. Il primo giorno ne mangio  $\frac{1}{4}$ , il secondo giorno  $\frac{1}{5}$  e il terzo giorno  $\frac{3}{10}$ . Quale frazione di torta mi resta il quarto giorno?  $\frac{1}{4}$

**671** Vado in cartoleria con una certa somma di denaro. Se spendo  $\frac{1}{2}$  della cifra iniziale per un quaderno,  $\frac{1}{3}$  per la biro e  $\frac{1}{9}$  per la gomma, quale frazione di denaro mi rimane?  $\frac{1}{18}$

**672** Mario ha raccolto le ciliege. Ne vende  $\frac{7}{40}$  a un vicino,  $\frac{1}{4}$  al mercato,  $\frac{1}{5}$  al negoziante del paese e, infine, ne regala  $\frac{3}{8}$  agli amici. Quante ciliege può mangiare? nessuna

**673** Antonio, Biagio e Carlo si dividono una somma di denaro che hanno vinto alla lotteria. Antonio riceve i  $\frac{2}{5}$ , Biagio i  $\frac{3}{7}$  e Carlo il rimanente. Quanto spetta a Carlo?  $\frac{6}{35}$

**674** Il Signor Rossi spende ogni mese  $\frac{1}{10}$  dello stipendio per pagare le bollette,  $\frac{1}{4}$  per l'affitto,  $\frac{1}{4}$  per il vitto e i  $\frac{2}{5}$  per pagare le rate dell'automobile. Quanto riesce a risparmiare mensilmente? nulla

## esercizio svolto

Mi è stata regalata una torta. Ne ho mangiato un terzo della metà. Quanta torta mi resta?

$$1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

- 675** Ho 3 giorni per preparare l'interrogazione di storia. Il primo giorno studio  $\frac{2}{7}$  delle pagine assegnate e il secondo la metà delle pagine rimanenti. Quanto devo studiare il terzo giorno per completare le pagine previste?  $\frac{5}{14}$
- 676** Un gruppo di amici va al mare. Metà decide di fare una gita in barca,  $\frac{1}{3}$  prende il sole e  $\frac{1}{6}$  si tuffa per una nuotata. Gli altri leggono un libro. Quante sono le persone che leggono? nessuna
- 677** Ho acquistato un'enciclopedia a rate. La prima rata corrisponde a  $\frac{1}{2}$  del costo intero, la seconda a  $\frac{1}{3}$  del costo intero. Il resto devo pagarlo come terza rata. A quale frazione del totale ammonta la terza rata?  $\frac{1}{6}$
- 678** Ho deciso di sostituire il pavimento del mio appartamento. Questa settimana ne ho rifatto  $\frac{5}{12}$ , la prossima settimana ne rifarò  $\frac{3}{8}$  e quella successiva  $\frac{1}{9}$ . Quanto dovrò rifarne la quarta settimana per completare il lavoro?  $\frac{7}{72}$
- 679** Piero possiede € 7,83. Ne spende  $\frac{2}{3}$  per comprare un regalo alla mamma. Quanto è costato il regalo? € 5,22
- 680** Un furgoncino trasporta un carico di 360 bicchieri. Durante il tragitto si rompe  $\frac{1}{9}$  dei bicchieri. Quanti bicchieri si sono rotti? Quanti bicchieri restano? 40; 320
- 681** Marco ha una collezione di 76 conchiglie. I  $\frac{13}{19}$  le ha acquistate in negozio. Quante sono le conchiglie acquistate? E quante quelle che ha raccolto personalmente? 52; 24
- 682** Un automobilista deve compiere un viaggio della lunghezza di 305 km. Ha già percorso  $\frac{3}{5}$  dell'intero tragitto. Quanta strada gli resta da percorrere? 122 km
- 683** Anna possiede € 13. Spendere  $\frac{2}{5}$  della somma per acquistare un astuccio e  $\frac{1}{3}$  di quanto le rimane per comprare un pupazzo. Quanto ha pagato ogni oggetto? Con quanti soldi torna a casa? € 5,2 e € 2,6; € 5,2
- 684** Di una pezza di stoffa lunga 28 m vengono venduti prima  $\frac{3}{7}$  poi  $\frac{5}{8}$  della rimanenza. Quanti metri di stoffa sono stati venduti in tutto? Quanti ne sono rimasti? 22 m; 6 m
- 685** Il signor Rossi paga € 1705 di spese condominiali l'anno. Quanto pagano il signor Verdi e il signor Bianchi, se l'importo delle loro spese è rispettivamente  $\frac{3}{11}$  e  $\frac{5}{6}$  dell'importo del signor Rossi? € 465; € 1420,83

- 686** Le calorie che un italiano ha a disposizione al giorno sono circa 3500. In Etiopia e in Somalia la disponibilità calorica è rispettivamente  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{5}$  di quella italiana. Quante calorie ha a disposizione un etiope? E un somalo? **1750; 2100**
- 687** Una botte contiene 228 litri di vino,  $\frac{2}{3}$  dei quali vanno venduti a 78 cent il litro. Quanti euro si ricaveranno dalla vendita di questo vino? **€ 118,56**
- 688** Un murales lungo 4,80 m è stato dipinto per  $\frac{2}{5}$  di bianco,  $\frac{1}{3}$  di rosso e il rimanente di azzurro. Quanto è lunga la parte dipinta di azzurro? **1,28 m**
- 689** In un'indagine fatta su 75 alunni di tre classi di una scuola, è risultato che i  $\frac{2}{3}$  degli alunni non possiedono animali in casa,  $\frac{1}{5}$  possiede un cane e i rimanenti alunni hanno che un gatto? Quanti sono gli alunni che hanno rispettivamente un cane e un gatto? **50; 15; 10**
- 690** Un telaio tesse in un giorno  $\frac{1}{4}$  di una pezza di stoffa che deve essere lunga 84 m; il secondo giorno ne tesse i  $\frac{2}{7}$ . Quanti metri di stoffa devono ancora essere tessuti per completare la pezza? **39 m**
- 691** Un muratore ha chiesto due acconti per un lavoro: prima i  $\frac{2}{5}$ , poi i  $\frac{3}{7}$  del totale che è stato stabilito in € 1085. Quale somma riceve in acconto? **€ 899**
- 692** Nel 1986 in Italia i casi di malattie infettive tipiche dell'infanzia sono stati circa 80 000 tra i bimbi tra i 5 e i 9 anni. Di tutti questi casi, i  $\frac{3}{25}$  erano di morbillo, i  $\frac{13}{40}$  di parotite,  $\frac{1}{16}$  di rosolia e altrettanti di scarlattina, i  $\frac{7}{20}$  di varicella. Calcola quanti sono stati i casi delle varie malattie esaminate. **9600; 26 000; 5000; 5000; 28 000**
- **693** Lo Stato italiano ha stanziato, per la difesa dell'ambiente, circa 3,2 miliardi di euro nel 1988 e i  $\frac{7}{32}$  in più nel 1989. Ma nel 1988 furono effettivamente spesi solo gli  $\frac{11}{50}$  e nel 1989 solo i  $\frac{3}{20}$  di quanto stanziato. Quanto si è veramente speso per l'ambiente nei due anni? **1,289 miliardi di euro**
- **694** Al Gran Premio Chiusura di galoppo, all'Ippodromo di San Siro, erano in palio € 30987. Delle altre 6 gare, 3 avevano premi ciascuna pari a  $\frac{1}{6}$  del G. P. Chiusura e 3 pari a  $\frac{1}{4}$  ciascuna. Quanti erano in tutto gli euro in palio? Arrotonda alle unità. **€ 69721**
- **695** Secondo i risultati di un'inchiesta condotta dagli allievi stessi in una scuola, nel corso B si è verificata la seguente situazione:
- in prima, su 20 allievi,  $\frac{3}{5}$  hanno almeno un gatto,  $\frac{3}{5}$  almeno un cane,  $\frac{1}{4}$  dei canarini,  $\frac{1}{4}$  delle tartarughe;
  - in seconda su 16 allievi, la metà ha almeno un cane, i  $\frac{3}{8}$  dei pesci rossi,  $\frac{1}{8}$  dei canarini, la metà almeno un gatto, un ragazzo ha una tartaruga;
  - in terza, su 20 allievi, la metà ha almeno un gatto,  $\frac{1}{5}$  ha dei canarini,  $\frac{1}{4}$  le tartarughe, 7 allievi hanno cani e 7 hanno pesci rossi.
- Calcola quanti allievi hanno ciascun tipo di animale, in tutto il corso B?  
**30 hanno gatti; 27 hanno cani; 11 hanno tartarughe; 13 hanno pesci rossi; 11 hanno canarini**

- 696** Un produttore di vino mescola 2 hl di vino, pagato 42 cent il litro con un altro ettolitro pagato 0,50 euro il litro. Se vuole guadagnare  $\frac{3}{5}$  del costo totale, a quanto deve rivendere il vino al litro? **71 cent**

### Problema inverso: data la frazione di un numero, o di una grandezza, calcolare il numero, o la grandezza, interi

- 697** Daniele ha speso € 4,15, cioè  $\frac{5}{8}$  di quanto possedeva. Quale somma aveva inizialmente? **€ 6,64**
- 698** Compero una lavatrice e il negoziante mi fa uno sconto di € 42,35, che corrisponde a  $\frac{1}{10}$  del prezzo di listino. Qual era il costo di listino della lavatrice? **€ 423,50**
- 699** Al momento dell'acquisto di un televisore Mario lascia un acconto di € 77,46, che corrisponde ai  $\frac{3}{20}$  del suo costo. Qual è il prezzo del televisore? **€ 516,40**
- 700** Di una pezza di stoffa vengono venduti  $\frac{9}{11}$  e ne rimangono 7 metri. Quanto era lunga l'intera pezza? **38,5 m**
- 701** Paolo ha speso  $\frac{3}{5}$  del suo denaro e gli sono rimasti € 15,60. Qual era la somma iniziale? **€ 39**
- 702** Una persona acquista un terreno pagando  $\frac{3}{7}$  della cifra totale in contanti, cioè € 4440. Qual è il prezzo totale della proprietà? **€ 10 360**
- 703** In una gita la famiglia Bianchi ha percorso 150 km che rappresentano  $\frac{2}{5}$  della strada necessaria per giungere alla meta prestabilita. Quanto è lungo l'intero percorso? **375 km**
- 704** In una comunità si sono consumati in un mese  $\frac{3}{5}$  della provvista di vino e sono rimasti 264 litri. Quanto si è speso per il vino in un mese, se era costato 90 centesimi il litro? **€ 356,40**
- 705** Compro un mobile e pago in contanti  $\frac{3}{8}$  del prezzo. Un mese più tardi completo il pagamento dando € 534 euro. Quanto ho pagato in totale il mobile? **€ 854,40**
- 706** Un libro di matematica dedica  $\frac{2}{5}$  delle pagine alla teoria e le rimanenti 420 pagine agli esercizi. Quante pagine ha il libro? **700**
- 707** Compero un sacchetto di farina e con  $\frac{1}{3}$  del contenuto confeziono torte, con un altro terzo tagliatelle, con  $\frac{1}{4}$  biscotti. Mi restano 2 etti e mezzo di farina. Quanta farina conteneva inizialmente il sacchetto? **3 kg**
- 708** Della somma ricevuta dai genitori, Silvano spende  $\frac{2}{5}$  al cinema,  $\frac{3}{10}$  in giornalotti,  $\frac{1}{10}$  in dolci e gli restano € 1,60. Quanto aveva ricevuto Silvano? **€ 8**
- 709** Mattia, Lorenzo e Mirco comprano insieme un regalo per Andrea. Mattia paga  $\frac{2}{54}$  del prezzo, Lorenzo la metà del prezzo e Mirco contribuisce con i soli € 2,5 che possiede. Quanto costa il regalo? **€ 5,4**

- 710** Giulia, Carlo e Andrea ricevono la paga settimanale dalla mamma in proporzione all'aiuto che hanno dato nei lavori domestici. Giulia riceve  $\frac{5}{3}$  di Carlo e Carlo la metà di Andrea. Se la mamma dà a Giulia € 13, quanto darà a ciascuno dei due fratelli? **€ 7,8; € 15,6**
- 711** Per festeggiare il mio compleanno ho distribuito cioccolatini ai miei tre migliori amici: ad Anna e Mario ne ho dati  $\frac{2}{7}$  ciascuno, a Silvio la metà di quanti ne hanno avuti Anna e Mario. A me ne sono rimasti 6. Quanti ne avevo in tutto? **21**
- 712** Da un'indagine tra i compagni di classe, Ornella ha trovato che  $\frac{1}{3}$  (lei compresa) fa il tifo per la Juventus,  $\frac{2}{9}$  per il Milan e altrettanti per il Napoli, mentre i rimanenti 4 non si interessano di calcio. Quanti sono gli allievi della classe di Ornella? **18**
- **713** Ogni abitante delle Filippine produce in media ogni giorno 0,51 kg di rifiuti domestici e questo numero rappresenta  $\frac{3}{4}$  di quanti ne produce ogni giorno in media un italiano, che a sua volta ne produce la metà di un giapponese. Quanti rifiuti produce in media un italiano? E un giapponese? La produzione di un filippino che frazione rappresenta di quella di un giapponese? **0,68 kg; 1,36 kg;  $\frac{3}{8}$**
- **714** Giorgio, Andrea e Fabio stanno discutendo sulla loro squadra di calcio preferita: Giorgio sostiene che nel campionato di calcio appena concluso i 24 goal subito dalla squadra stessa costituiscono  $\frac{2}{3}$  del numero di goal fatti, Andrea che sono  $\frac{3}{4}$  e Fabio che sono  $\frac{4}{6}$ . Poiché uno solo dei tre amici ha ragione, quanti goal ha segnato la squadra? **32**

## Trovare due numeri conoscendo la loro somma e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro

### esercizio svolto

La somma di due numeri è 80 e uno è  $\frac{9}{7}$  dell'altro. Calcola i due numeri.

Posso indicare con  $a$  il primo numero e con  $b$  il secondo.

$$a = 80 : (7 + 9) \times 7 = 80 : 16 \times 7 = 35$$

$$b = 80 - 35 = 45 \quad \text{oppure} \quad b = 80 : (7 + 9) \times 9 = 80 : 16 \times 9 = 45$$

- 715** Due segmenti misurano complessivamente 15 cm e il primo è  $\frac{2}{3}$  del secondo. Quanto è lungo ogni segmento? **6 cm; 9 cm**
- 716** Anna e Lucia possiedono in tutto € 45,63. Anna possiede  $\frac{2}{7}$  della somma di Lucia. Quanti soldi ha ciascuna delle due? **€ 10,14; € 35,49**
- 717** Un negoziante acquista 72 m di stoffa in due pezze. Se una pezza è lunga  $\frac{3}{5}$  dell'altra, quanto misura ciascuna pezza? **27 m; 45 m**
- 718** Un'eredità di € 1672 viene divisa tra due cugini in modo che uno abbia  $\frac{3}{8}$  di quanto riceve l'altro. Quanto riceve ciascuno di essi? **€ 1216; € 456**

- 719** La somma di tre segmenti è 42 cm. Il secondo e il terzo sono rispettivamente  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{2}{3}$  del primo. Quanto misura ogni segmento? **21 cm; 7 cm; 14 cm**
- 720** Si dividono € 4340 fra due persone in modo tale che la parte della seconda sia uguale a  $\frac{3}{4}$  della prima. Che cifra prendono rispettivamente le due persone? **€ 1860; € 2480**
- 721** Un'asta di legno lunga 4,2 m viene divisa in due parti tali che una è  $\frac{3}{11}$  dell'altra. Quanto è lunga ciascuna delle parti ottenute? **0,9 m; 3,3 m**
- 722** Due soci depositano in banca € 13 488. Se il primo versa  $\frac{2}{7}$  più del secondo, quale cifra deposita ciascun socio? **€ 7587; € 5901**
- **723** Sara spiega alla maestra: "Mia sorella è la più giovane della famiglia, perché ha  $\frac{4}{5}$  della mia età e insieme abbiamo tanti anni quanti mio fratello, che è appena diventato maggiorenne". Che età hanno i tre ragazzi? **8; 10; 18**
- **724** Un terreno agricolo di 2 ettari e mezzo è stato seminato con grano e mais, in modo che il grano sia  $\frac{2}{3}$  del mais. Supponendo che da 5000 m<sup>2</sup> di terreno si ricavano 15 quintali di grano o 20 quintali di mais, a seconda della coltivazione, quale sarà la produzione totale di questo terreno? **40 q di mais; 45 q di grano**

## Trovare due numeri conoscendo la loro differenza e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro

### esercizio svolto

La differenza tra due numeri è 15 e uno è  $\frac{8}{5}$  dell'altro. Calcola i due numeri.

Posso indicare con  $a$  il primo numero e con  $b$  il secondo.

$$a = 15 : (8 - 5) \times 8 = 15 : 3 \times 8 = 40$$

$$b = 40 - 15 = 25 \quad \text{oppure} \quad b = 15 : (8 - 5) \times 5 = 15 : 3 \times 5 = 25$$

- 725** La differenza di due numeri è 56 ed uno è  $\frac{3}{5}$  dell'altro. Trova i due numeri. **140; 84**
- 726** La differenza di età fra un padre e un figlio è di 36 anni. Se l'età del figlio è  $\frac{2}{5}$  di quella del padre, qual è l'età di ciascuno? **24 anni; 60 anni**
- 727** I dipendenti di una ditta vengono invitati a una conferenza in due gruppi separati. Il primo gruppo è composto da  $\frac{2}{6}$  del secondo; la differenza fra i due gruppi è di 120 persone. Qual è il numero dei partecipanti in totale? **240**
- 728** L'età di Carlo è  $\frac{5}{6}$  dell'età di Antonio. La differenza delle due età è 3 anni. Qual è l'età di Carlo e di Antonio? **15 anni; 18 anni**
- 729** Un negoziante acquista un certo numero di maglie e camicie. Si sa che le maglie sono  $\frac{5}{8}$  delle camicie e che il numero di camicie supera di 6 unità quello delle maglie. Quanti capi di ciascun tipo sono stati acquistati dal negoziante? **10 maglie; 16 camicie**



- 730** Paola e Giovanni collezionano francobolli. I francobolli di Giovanni sono  $i \frac{13}{15}$  di quelli di Paola che ne possiede 20 in più di Giovanni. Qual è il numero di francobolli di ciascuna collezione? **150; 130**
- 731** Il giardino di Antonella è  $i \frac{3}{5}$  di quello di Elena. Se Elena ha  $120 \text{ m}^2$  di giardino più di Antonella, quanti metri quadrati misurano i due giardini? **180 m<sup>2</sup>; 300 m<sup>2</sup>**
- 732** In una partita di pallacanestro la squadra del corso  $B$  è stata sconfitta, avendo realizzato un punteggio pari ai  $\frac{5}{8}$  del punteggio del corso  $A$ . Poiché la differenza è stata di 18 punti, qual è il punteggio della partita? **48 a 30**
- 733** Il segmento  $CD$  supera il segmento  $AB$  di 9 cm e  $AB$  è  $\frac{4}{7}$  di  $CD$ . Calcola la lunghezza dei due segmenti.  **$\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ ;  $\overline{CD} = 21 \text{ cm}$**
- 734** Di due aste di ferro si sa che la lunghezza di una è  $\frac{4}{9}$  della lunghezza dell'altra e che la differenza delle loro lunghezze è 12 dm. Quanto misura ogni asta? **9,6 dm; 21,6 dm**

## Problemi di ripilogo

*Individua la strategia risolutiva, poi risolvi i problemi.*

- 735** Se su uno stipendio lordo di € 1734 mi trattengono  $\frac{1}{3}$  per le tasse, quanto mi verrà realmente corrisposto? **€ 1156**
- 736** Il serbatoio della mia auto ha la capacità di 48 litri. Se è pieno per  $\frac{3}{4}$ , quanti litri di benzina contiene in questo momento? **36 litri**
- 737** Il signor B paga € 1224 di spese condominiali, di cui  $i \frac{5}{8}$  sono per il riscaldamento,  $\frac{1}{6}$  per l'acqua calda,  $\frac{1}{8}$  per l'ascensore. A quanto ammontano le tre principali spese? **€ 765; € 204 e € 153**
- 738** Il signor A paga € 75 per le spese condominiali riguardanti l'ascensore e la sua quota è la metà di quella del signor B, che abita al secondo piano,  $\frac{1}{3}$  di quella del Signor C del terzo piano,  $\frac{1}{4}$  di quella del signor D del quarto piano. Quanto pagano i signori B, C, D? **€ 150; € 225 e € 300**
- 739** La Juventus, dopo 9 giornate di campionato, ha pareggiato  $\frac{1}{3}$  delle partite giocate e ne ha perse  $\frac{1}{3}$  di quante ne ha pareggiate. Quante ne ha vinte? **5**
- 740** Antonello Riva, il giocatore di pallacanestro che ha segnato il maggior numero di punti nel campionato italiano, ha anche il record di segnature in Nazionale in una sola partita, con 46 punti. A un punto in meno c'è Adelino Cappelletti. Un altro celebre Riva, Gigi, ha segnato un numero di goal in Nazionale pari ai  $\frac{7}{9}$  dei punti di Cappelletti. Quanti goal ha segnato Gigi Riva? **35**
- 741** Con la carta verde si ottiene uno sconto di  $\frac{1}{5}$  sul prezzo del biglietto ferroviario. Se con la carta verde risparmio 60 cent per un viaggio dalla mia città a Bologna, quanto costa il biglietto normale? **€ 3**

- 742** Nel mio giardino, il terreno delle aiuole rappresenta  $\frac{1}{3}$  della parte tenuta a prato. Se le aiuole occupano  $20 \text{ m}^2$ , quanti metri quadrati è il giardino in tutto? **80 m<sup>2</sup>**
- 743** Il serbatoio della mia auto, con capacità di 48 litri, è pieno di benzina per  $\frac{2}{3}$ . Se percorro 15 km con un litro, per quanti chilometri riuscirò ancora a viaggiare? **480 km**
- 744** In una scuola media gli alunni sono 368, le ragazze sono  $\frac{9}{7}$  dei ragazzi. Quante sono le ragazze e quanti i ragazzi? **207; 161**
- 745** In un parcheggio ci sono automobili bianche e blu. Se le prime sono  $\frac{11}{7}$  delle seconde e se la differenza fra le prime e le seconde è di 36 automobili, quante sono le auto bianche? Quante le blu? **99; 63**
- 746** Lo zio ha riempito 132 bottiglie tra vino rosso e vino bianco. Se le bottiglie di bianco sono  $\frac{3}{8}$  del rosso, quante sono le bottiglie di ciascuno dei due vini? **36 b; 96 r**
- **747** La mamma compera un macinacaffè e un frullatore che costa € 13 più del macinacaffè. Se per il frullatore spende  $\frac{7}{5}$  di quanto spende per il macinacaffè, quanto costa ciascuno dei due elettrodomestici? **€ 45,5; € 32,5**
- 748** In un sacco che contiene 24 kg di cereali sono stati mescolati frumento e segale. Se la segale è  $\frac{1}{3}$  del frumento, quanti kilogrammi di frumento e quanti di segale ci sono nel sacco? **18 kg; 6 kg**
- 749** La differenza fra le lunghezze di due strade è di 52 km. Se la prima strada è  $\frac{25}{12}$  della seconda, quanto è lunga ciascuna delle due strade? **100 km; 48 km**
- 750** Un automobilista percorre 560 km in due tappe; nella prima ne percorre  $\frac{4}{7}$ . Quanti chilometri percorre nella seconda? **240 km**
- 751** Un terreno ha il perimetro di 162 m; ne vengono recintati  $\frac{5}{9}$ . Quanto costa la recinzione se ogni metro costa € 27,80? **€ 2502**
- **752** Gianni riceve dalla mamma € 10; ne spende  $\frac{3}{5}$  per comperare i quaderni e  $\frac{3}{8}$  per le matite colorate. Quanto riceve di resto? **€ 0,25**
- 753** I  $\frac{5}{32}$  della stoffa che la nonna ha comperato corrispondono a 0,45 m. Qual è la lunghezza complessiva di quella stoffa? Quanto ha speso la nonna se la stoffa costava € 2,5 al metro? **2,88 m; € 7,20**
- 754** Ho acquistato un fustone che contiene 48 litri di olio; ne ho consumato i  $\frac{3}{8}$ , quanti litri di olio sono rimasti nel fustone? **30 litri**
- 755** Un terreno misura  $1540 \text{ m}^2$ ; la parte coltivata a legumi è  $\frac{7}{13}$  di quella coltivata a prato. Quanto misura ciascuna delle due parti? **539 m<sup>2</sup>; 1001 m<sup>2</sup>**
- 756** Nel ristorante del signor Gino, in una settimana, sono stati consumati 12 kg di riso che corrispondono ai  $\frac{4}{9}$  del contenuto di un sacco. Quanti kilogrammi di riso erano contenuti nel sacco? **27 kg**

- **757** Marco ha 45 figurine più di Andrea. Se le figurine di Marco sono  $i \frac{14}{11}$  di quelle di Andrea, quante figurine ha ciascuno dei due ragazzi? **210; 165**
- **758** Nel 1991, con la Guerra del Golfo, per l'Italia si è purtroppo concluso un lungo periodo di pace (o almeno di non partecipazione a guerre), che durava dal 1945. Il numero di questi anni di pace quale frazione rappresenta rispetto agli anni dello Stato italiano? È una frazione maggiore o minore di  $\frac{1}{3}$ ? (Considera il 1861 come data di inizio dello Stato italiano).  **$\frac{23}{65}$ ; maggiore**
- 759** I  $\frac{13}{25}$  degli immigrati in Italia all'inizio degli anni Novanta erano di religione musulmana,  $i \frac{3}{10}$  di religione cattolica. A quale percentuale corrispondono le due frazioni? **52%; 30%**
- **760** Nel 1982 il fabbisogno totale di energia elettrica è stato per l'Italia di circa 180 miliardi di kWh. Il 25% di questo fabbisogno è stato coperto dalla produzione idroelettrica. A che frazione corrisponde? A quanti kWh? La produzione geotermica ha coperto invece  $i \frac{3}{200}$  del fabbisogno. Quanti kWh?  **$\frac{1}{4}$ ; 45 miliardi di kWh; 2,7 miliardi di kWh**
- 761** Giuliano, per recarsi da casa sua all'Istituto Tecnico che frequenta, passa  $\frac{1}{3}$  del tempo in autobus e percorre a piedi un tratto di strada impiegando 10 minuti. Quanto tempo impiega in tutto? **15 min**
- 762** Due monete da 20 cent, 3 monete da 10 cent e 1 moneta da 2 cent costituiscono  $i \frac{4}{9}$  di quanto ho nel borsellino. A quale cifra ammontano i miei averi? **€ 1,62**
- 763** Nel 1987 bruciarono in Italia 120 000 ettari di bosco, pari ai  $\frac{6}{5}$  di quelli bruciati nel 1989, ma pari solo ai  $\frac{3}{5}$  degli ettari bruciati nel 1990 e di quelli bruciati nel 1988. Quanti ettari sono bruciati dal 1987 al 1990? **620 000 ettari**
- 764** Se Paperone dovesse distribuire i suoi averi, dandone a ciascuno dei tre nipotini Qui, Quo e Qua  $\frac{1}{4}$ , a Nonna Papera  $\frac{1}{5}$ , a Ciccio  $\frac{1}{25}$  e il rimanente a Paperino, quale frazione dei suoi fantastiliardi andrebbe a Paperino?  **$\frac{1}{100}$**
- **765** Il serbatoio dell'auto di Luigi ha la capacità di 54 litri. Quando c'è ancora benzina per  $\frac{1}{3}$ , Luigi fa il pieno. Quanto spende se il prezzo al litro è di € 1,09? **€ 39,24**
- **766** Anna dice a Ilaria: "Sulla pagella del primo quadrimestre ho avuto un voto di matematica che è solo  $i \frac{2}{3}$  del tuo". E Ilaria: "Fortunatamente abbiamo entrambe la sufficienza". Quali sono stati i voti delle due ragazze? **6; 9**
- **767** Il mercato mondiale delle armi superava a metà degli anni Settanta i 70 miliardi di dollari. L'Italia era al sesto posto nella vendita, con  $i \frac{7}{400}$  del fatturato mondiale. A metà degli anni Ottanta l'Italia faceva il deprecabile progresso di salire al quinto posto nella vendita delle armi, andando dai  $\frac{7}{400}$  ai  $\frac{9}{250}$  del fatturato mondiale.

- a) A quanto ammontavano gli incassi italiani negli anni Settanta?
- b) Esprimi in frazione l'aumento del fatturato a metà degli anni Ottanta.
- c) Si può dire che la parte di vendita spettante all'Italia era più che raddoppiata a metà degli anni 80?
- 1 miliardo e 225 milioni di dollari;  $\frac{37}{2000}$ ; sì**
- **768** L'India immette nell'atmosfera ogni anno 150 milioni di tonnellate di biossido di carbonio dovuto alle combustioni, cioè  $\frac{3}{11}$  di quanto ne produce la Cina, che a sua volta ne immette gli  $\frac{11}{24}$  di quanto ne producono gli USA. Calcola l'immissione della Cina, degli USA e la frazione che rappresenta la produzione dell'India rispetto a quella degli USA.
- 550 e 1200 milioni di t;  $\frac{1}{8}$**
- 769** Le siccità continentali prolungate causano spesso perdite più gravi dei cataclismi violenti. Nel 1970 un ciclone provocò in Brasile 240 000 morti. Eppure questo numero è solo  $\frac{2}{25}$  del numero dei morti provocati dalla lunga siccità nel Bengala nel 1942-43 e appena  $\frac{12}{250}$  del numero di morti causati da un'altra disastrosa siccità, in Russia, nel 1921. Quante sono state le vittime di queste due prolungate siccità?
- 3 milioni; 5 milioni**
- **770** "Ho impiegato 4 ore per giungere fino a voi", dice Marco ai suoi amici, "ma per  $\frac{1}{6}$  del tempo sono stato in coda al casello di entrata dell'autostrada e per  $\frac{3}{16}$  sono rimasto fermo per una interruzione della viabilità". Per quanto tempo ha effettivamente viaggiato Marco?
- 2 h 35 min**
- **771** Emanuela descrive così la sua mattinata scolastica: «Ho passato  $\frac{4}{15}$  delle 5 ore di scuola a chiacchierare,  $\frac{1}{30}$  a giocare nell'intervallo,  $\frac{7}{20}$  in lavori di gruppo e il resto ad ascoltare gli insegnanti che spiegavano o interrogavano». Per quanto tempo Emanuela ha ascoltato gli insegnanti?
- 1 h 35 min**
- 772** In un barattolo ci sono 495 palline blu e rosse. Le palline blu sono  $\frac{4}{7}$  di quelle rosse. Calcola quante palline di ogni colore ci sono nel barattolo.
- 180 blu; 315 rosse**
- 773** In una scuola ci sono 840 ragazze in più rispetto ai ragazzi. Se i ragazzi sono  $\frac{4}{7}$  delle ragazze, quanti sono i ragazzi e quante le ragazze?
- 1120; 1960**
- 774** Elena e Mario hanno in totale 35 anni. Se Elena ha  $\frac{4}{3}$  dell'età di Mario, qual è l'età di Mario?
- 15**
- 775** In cantina ci sono 108 bottiglie. Se il vino bianco è  $\frac{2}{7}$  di quello rosso, quante bottiglie di vino rosso ci sono in cantina?
- 84**
- 776** In una libreria i 72 libri in edizione economica sono  $\frac{4}{5}$  dei libri totali. Quanti sono i libri in edizione normale?
- 18**

- 777** La somma di due segmenti è 136 cm. Se uno di essi è  $\frac{2}{15}$  dell'altro, quanto misurano i due segmenti? 16 cm; 120 cm
- 778** La differenza fra due segmenti è 36 cm e il primo è  $\frac{11}{7}$  del secondo. Quanto sono lunghi i due segmenti? 99 cm; 63 cm
- 779** La differenza di due angoli è  $5^\circ$ . Se uno è  $\frac{5}{4}$  dell'altro, quanto misurano i due angoli? 25°; 20°
- 780** La differenza fra il numero di pagine di due libri è 106. Un libro ha  $\frac{17}{15}$  delle pagine dell'altro. Quante pagine hanno i due libri? 901; 795
- 781** La differenza tra le misure di due segmenti è di 28,5 cm. Se il primo è  $\frac{4}{9}$  del secondo, qual è la lunghezza dei due segmenti? 22,8 cm; 51,3 cm
- **782** Due angoli sono complementari. Se uno è  $i \frac{2}{3}$  dell'altro, qual è la loro ampiezza? 36°; 54°
- **783** Due angoli sono supplementari. Se uno è  $i \frac{3}{7}$  dell'altro, qual è l'ampiezza di ciascuno? 54°; 126°
- **784** La Slovenia e la Croazia, le due repubbliche jugoslave che dal 1991 sono indipendenti, sono come territorio l'una  $i \frac{5}{14}$  dell'altra. La Croazia è a sua volta  $i \frac{7}{11}$  della Serbia. La superficie della Slovenia quale frazione rappresenta della superficie della Serbia?  $\frac{5}{22}$
- **785** Nel 1960 ogni italiano adulto fumava in media  $\frac{19}{100}$  di sigaretta ogni ora. Quante sigarette in media all'anno? Nel 1987 la media per ogni ora era di  $\frac{123}{500}$  di sigaretta. Quale la media giornaliera? Si fumava di più nel 1960 o nel 1987? 1664,4; 5,9; nel 1987
- **786** Nella molecola di nicotina gli atomi di azoto (N) sono  $\frac{1}{5}$  di quelli di carbonio (C) e questi  $i \frac{5}{7}$  di quelli di idrogeno (H). Se gli atomi sono in tutto 26, qual è la formula della nicotina?  $C_{10}H_{14}N_2$
- **787** Ho tre figli: il minore ha un'età che è  $i \frac{6}{7}$  di quella del secondo e quella del secondo è  $i \frac{7}{9}$  dell'età del maggiore. Tra il più grande e il più piccolo ci sono 6 anni di differenza. Quanti anni hanno i miei tre figli? 12, 14 e 18 anni
- **788** Domenica mi hanno regalato dei cioccolatini: lunedì ne ho mangiati  $\frac{1}{6}$ , martedì  $\frac{1}{3}$  dei rimanenti, mercoledì  $\frac{1}{4}$  dei rimanenti, giovedì  $\frac{1}{3}$  dei rimanenti, venerdì  $\frac{1}{2}$  dei rimanenti; oggi che è sabato, tanti quanti ieri. Quanti me ne sono rimasti? nessuno

- **789** “La tua auto”, dice Giulio ad Andrea, “può raggiungere una velocità massima che è  $i \frac{5}{4}$  di quella della mia”. “Su strada normale però”, ribatte Andrea, “con l’attuale limite dei 90 km/h, posso fare solo  $i \frac{3}{5}$  della mia velocità massima”. Quali sono le massime velocità delle due auto? **120 km/h; 150 km/h**
  
- **790** Un negoziante vende  $\frac{1}{3}$  di una pezza di stoffa, poi  $i \frac{3}{4}$  del rimanente e infine la metà di quanto gli è ancora rimasto. Quale frazione dell’intera pezza rappresenta la parte invenduta?  **$\frac{1}{12}$**
  
- **791** A causa dell’inflazione, un certo tipo di canottiera, che la mamma di Silvia era solita acquistare, ha subito un aumento di prezzo: con la stessa somma di denaro con cui prima dell’aumento se ne comperavano 6 ora se ne comperano 5. Quale frazione del prezzo iniziale rappresenta l’aumento?  **$\frac{1}{5}$**
  
- **792** “Se avessi migliorato la tua prestazione di  $\frac{1}{12}$ ”, dice Alberto a Giorgio, “mi avresti battuto di 6 cm, e invece con il salto che hai fatto ti ho battuto io di 6 cm”. Quanto hanno saltato i due ragazzi? **144 cm; 150 cm**
  
- **793** Da Genova a Savona l’Intercity delle 21 e 40 impiega  $i \frac{7}{12}$  del tempo impiegato dal locale delle 21. Poiché al locale occorrono 25 minuti più che all’Intercity per compiere il viaggio, a che ora arrivano i due treni a Savona? **Intercity: 22 15; Locale: 22 00**
  
- **794** Per le borse di juta prodotte nel Bangladesh,  $i \frac{9}{50}$  del ricavo vengono assorbiti dalle spese di trasporto e dogana,  $i \frac{21}{50}$  costituiscono il margine per i rivenditori ed il rimanente è per i produttori. Di questo,  $\frac{1}{20}$  è di spesa per la juta e il resto è il guadagno per i produttori. Se su 10 borse i produttori guadagnano € 7,60, quale sarà il prezzo di una borsa? **€ 2**

### Soluzioni degli esercizi di consolidamento

**257** A:  $\frac{1}{12}$ ; B:  $\frac{1}{4}$ ; C:  $\frac{1}{2}$ ; D:  $\frac{5}{6}$

**259** A:  $\frac{1}{4}$ ; B:  $\frac{3}{8}$ ; C:  $\frac{7}{12}$ ; D:  $\frac{5}{6}$

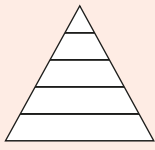
**258** A:  $\frac{1}{8}$ ; B:  $\frac{3}{8}$ ; C:  $\frac{3}{4}$ ; D:  $\frac{11}{12}$

**260** A:  $\frac{1}{4}$ ; B:  $\frac{5}{12}$ ; C:  $\frac{2}{3}$ ; D:  $\frac{7}{8}$

# Fai il tuo bilancio

Esercizi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TOTALE
Quesiti n.	1	1	1	4	3	3	1	1	1	8	3	3	2	6	2	1	1	1	2	1	46
Quesiti esatti n.																					

Quesiti esatti:	1-14	15-25	26-32	33-39	40-46	Quale gradino della piramide hai conquistato? Colora. 
-----------------	------	-------	-------	-------	-------	--

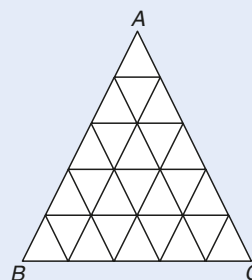
**1** Che cos'è un'unità frazionaria?

- a ciascuna delle parti uguali nelle quali è stato diviso l'intero
- b la minore delle parti nelle quali è stato diviso l'intero
- c l'insieme delle parti nelle quali è stato diviso l'intero
- d la maggiore delle parti nelle quali è stato diviso l'intero

**2** Quale delle seguenti frazioni ha valore 1?

- a  $\frac{a}{a}$
- b  $\frac{a}{1}$
- c  $\frac{1}{a}$
- d  $\frac{a}{0}$

**3** Colora all'interno della forma data, un parallelogrammo che sia  $\frac{12}{25}$  del triangolo ABC.



**4** Calcola.

$\frac{2}{3}$  di 18 cm .....  $\frac{3}{5}$  di trenta studenti .....

$\frac{2}{4}$  di 20 arance .....  $\frac{15}{100}$  di trecento parole .....

**5** Trasforma i seguenti numeri misti in frazioni improprie, sostituendo ai quadratini i giusti numeratori.

$8 + \frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$        $21 + \frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$        $2 + \frac{7}{8} = \frac{\square}{8}$

**6** Scrivi ciascuna delle seguenti frazioni improprie come numero misto.

$$\frac{95}{4} = \dots\dots\dots \quad \frac{44}{10} = \dots\dots\dots \quad \frac{93}{5} = \dots\dots\dots$$

**7** Due frazioni sono equivalenti se e solo se:

- a hanno il numeratore e il denominatore uguali
- b hanno uguali i quozienti tra numeratore e denominatore
- c hanno uguali i prodotti tra numeratore e denominatore
- d hanno uguali le differenze tra numeratore e denominatore

**8** La proprietà invariante delle frazioni afferma che:

- a scambiando tra loro numeratore e denominatore, il valore di una frazione non cambia
- b addizionando o sottraendo, quando possibile, uno stesso numero al numeratore e al denominatore di una frazione, il suo valore non cambia
- c moltiplicando o dividendo, quando possibile, per uno stesso numero numeratore e denominatore di una frazione, il suo valore non cambia
- d elevando a una stessa potenza il numeratore e il denominatore di una frazione, il suo valore non cambia

**9** Per ridurre ai minimi termini una frazione riducibile:

- a si divide il numeratore per il denominatore
- b si divide il denominatore per il numeratore
- c si dividono numeratore e denominatore per il loro MCD
- d si dividono numeratore e denominatore per il loro mcm

**10** Quali, tra le seguenti frazioni, sono riducibili? Riscrivile semplificandole.

$$\frac{2}{7} = \dots\dots\dots \quad \frac{12}{60} = \dots\dots\dots \quad \frac{5}{13} = \dots\dots\dots \quad \frac{9}{33} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{12} = \dots\dots\dots \quad \frac{11}{50} = \dots\dots\dots \quad \frac{8}{32} = \dots\dots\dots \quad \frac{7}{11} = \dots\dots\dots$$

**11** Per ciascuna delle seguenti frazioni scrivi 3 frazioni equivalenti.

$$\frac{1}{6} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

**12** Inserisci nel quadratino il segno (<, > o =) che rende vera l'espressione.

$$\frac{3}{7} \square \frac{5}{7} \quad \frac{2}{3} \square \frac{8}{12} \quad \frac{9}{12} \square \frac{12}{16}$$



**13** Disponi in ordine crescente i seguenti gruppi di frazioni.

$$\frac{4}{40}, \frac{3}{40}, \frac{8}{40} \dots\dots\dots$$

$$\frac{6}{9}, \frac{6}{12}, \frac{6}{30}, \frac{6}{25} \dots\dots\dots$$

**14** Esegui le seguenti operazioni. Semplifica, quando è possibile.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \dots\dots\dots \quad \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{4} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \dots\dots\dots \quad 4 : \left(3 \times \frac{2}{9}\right) = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{9}{5} - \frac{17}{20}\right) + \left(\frac{9}{10} - \frac{3}{5}\right) = \dots\dots\dots \quad \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \dots\dots\dots$$

**15** Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$\left[\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2\right] \times \left[\left(1 - \frac{3}{4}\right)^2 : \left(4 - \frac{3}{5}\right)^2\right] : \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

$$\left\{\left[\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 : \left(4 + \frac{1}{3}\right)\right] \times \left[\left(\frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{9}\right) : \left(\frac{4}{3} - 1\right)\right]\right\} : \left[4 \times \left(5 - \frac{13}{3}\right)\right] = \dots\dots\dots$$

**16** Per calcolare la frazione di un numero, o di una grandezza:

- a** basta dividere il numero, o la grandezza, per la frazione
- b** basta moltiplicare il numero, o la grandezza, per la frazione
- c** basta dividere il numero, o la grandezza, per il numeratore della frazione e moltiplicare poi per il suo denominatore
- d** basta moltiplicare il numero, o la grandezza, per la frazione e sommare il risultato al numero dato

**17** Come si trova un numero sapendo che i suoi  $\frac{2}{3}$  sono uguali a 150?

- a**  $150 + \frac{2}{3}$
- b**  $150 - \frac{2}{3}$
- c**  $150 \times \frac{2}{3}$
- d**  $150 : \frac{2}{3}$

**18** Mozart è vissuto solo i  $\frac{7}{13}$  di quanto è vissuto Bach. Poiché i due grandi musicisti sono nati rispettivamente nel 1756 e nel 1685 e Mozart è morto nel 1791, in che anno è morto Bach? .....

**19** Un tale salda il suo debito di € 348,60 in due volte. Se la prima volta restituisce i  $\frac{3}{5}$  del totale, quali sono le due somme pagate? .....

**20** Lisa racconta: «La giornata del mio pigro cane si svolge così:  $\frac{1}{16}$  del tempo per passeggiare nei boschi,  $\frac{1}{32}$  per mangiare,  $\frac{1}{12}$  per giocare e farsi coccolare. Tutto il resto del tempo lo dedica al sonno». Per quanto ore dorme il cane di Lisa? .....

Soluzioni a pag. 441

# Attività di recupero

Se hai ancora qualche lacuna sugli argomenti trattati in questa UA, ti proponiamo alcuni esercizi svolti, poi puoi tornare agli esercizi di consolidamento e risolvere quelli indicati volta per volta.

## Operazioni

1. Per aggiungere o sottrarre tra loro frazioni che hanno lo stesso denominatore, si fa la somma o la differenza dei numeratori, lasciando invariato il denominatore.

$$\frac{3}{5} + \frac{8}{5} - \frac{6}{5} = \frac{3+8-6}{5} = \frac{5}{5}$$

Semplifichiamo la frazione ottenuta:  $\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{5}_1} = 1$

2. Per aggiungere o sottrarre tra loro frazioni che hanno denominatori diversi, si riducono le frazioni al minimo comun denominatore, poi si opera come nell'esempio precedente.

$$\frac{5}{4} + \frac{7}{8} - \frac{3}{2} = \frac{10+7-12}{8} = \frac{5}{8} \quad \text{mcd}(4; 8; 2) = 8$$

3. Per moltiplicare tra loro due o più frazioni si calcola il prodotto dei numeratori e dei denominatori.

$$\frac{\cancel{2}^1}{7} \times \frac{9}{\cancel{10}_5} = \frac{1 \times 9}{7 \times 5} = \frac{9}{35}$$

4. Per dividere tra loro due o più frazioni si moltiplica la prima per l'inverso della seconda.

$$\frac{5}{9} : \frac{7}{3} = \frac{5}{9} \times \frac{\cancel{3}^1}{7} = \frac{5 \times 1}{3 \times 7} = \frac{5}{21}$$

## Calcolo di un'espressione con le frazioni

5. Calcola il valore della seguente espressione:

$$\left[ \left( \frac{7}{16} - \frac{3}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{1}{2} : \frac{8}{7} - \frac{1}{4} : \frac{2}{3} + \frac{5}{8} \right) : \frac{11}{2} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} =$$

Per prima cosa si risolvono le operazioni all'interno delle parentesi tonde, rispettando l'ordine di esecuzione (moltiplicazioni e divisioni nell'ordine in cui sono, poi addizioni e sottrazioni, sempre nell'ordine dato).

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \frac{7-6+12}{16} - \left( \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} + \frac{5}{8} \right) : \frac{11}{2} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} = \\
 &= \left[ \frac{13}{16} - \left( \frac{7}{16} - \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) : \frac{11}{2} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} = \\
 &= \left[ \frac{13}{16} - \left( \frac{7-6+10}{16} \right) : \frac{11}{2} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} =
 \end{aligned}$$

Si eliminano le parentesi tonde e si comincia a operare all'interno delle quadre, eseguendo prima la divisione poi le moltiplicazioni.

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \frac{13}{16} - \frac{11}{16} : \frac{11}{2} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} = \\
 &= \left[ \frac{13}{16} - \frac{11}{16} \times \frac{2}{11} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} = \\
 &= \left[ \frac{13}{16} - \frac{1}{8} \times \frac{9}{2} \right] \times \frac{4}{5} = \\
 &= \left[ \frac{13}{16} - \frac{9}{16} \right] \times \frac{4}{5} =
 \end{aligned}$$

Si eliminano le parentesi quadre risolvendo la sottrazione al loro interno:

$$= \frac{4}{16} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

## Strategie risolutive per la soluzione di problemi

6. Dato un numero, calcola la frazione.

Calcola i  $\frac{3}{4}$  di 140.

Per calcolare la frazione di un numero, si moltiplica il numero per quella frazione.

$$\overset{35}{\cancel{140}} \times \frac{3}{\cancel{4}_1} = 105$$

7. Data la frazione di un numero, calcola il numero intero.

Trova un numero, sapendo che i suoi  $\frac{2}{5}$  sono uguali a 76.

Per calcolare un numero, conoscendo il valore di una sua frazione, si divide il numero per la frazione.

$$76 : \frac{2}{5} = \overset{38}{\cancel{76}} \times \frac{5}{\cancel{2}_1} = 190$$

8. Trovare due numeri, di cui si conosce la loro somma e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro.

Calcola due numeri sapendo che la loro somma è 95 e uno è  $\frac{2}{3}$  dell'altro.

Se il primo numero è  $\frac{2}{3}$  dell'altro, il secondo sarà  $\frac{3}{3}$ .

Dividiamo la somma dei due numeri per la somma dei numeratori delle frazioni:

$$95 : (2 + 3) = 19$$

Moltiplichiamo il risultato ottenuto rispettivamente per il numeratore e il denominatore della frazione e avremo i due numeri:

$$19 \times 2 = 38 \quad \text{è il primo numero}$$

$$19 \times 3 = 57 \quad \text{è il secondo numero}$$

9. Trovare due numeri, di cui si conosce la loro differenza e sapendo che uno di essi è una frazione dell'altro.

Calcola due numeri sapendo che la loro differenza è 63 e uno è  $\frac{5}{8}$  dell'altro.

Se il primo numero è  $\frac{5}{8}$  dell'altro, il secondo sarà  $\frac{8}{8}$ . Dividiamo la differenza dei due numeri per la differenza dei numeratori delle frazioni:

$$63 : (8 - 5) = 21$$

Moltiplichiamo il risultato ottenuto rispettivamente per il numeratore e il denominatore della frazione e avremo i due numeri.

$$21 \times 5 = 105 \quad \text{è il primo numero}$$

$$21 \times 8 = 168 \quad \text{è il secondo numero}$$

Rivedi gli esercizi di consolidamento indicati di seguito.

1. Per le operazioni: a pag. 384 dal n. 291 al n. 308; a pag. 386 dal n. 334 al n. 343; a pag. 388 dal n. 355 al n. 360; a pag. 391 dal n. 414 al n. 420; a pag. 395 dal n. 478 al n. 483.
2. Per le espressioni aritmetiche: a pag. 388 dal n. 367 al n. 381; a pag. 393 dal n. 441 al n. 453; a pag. 396 dal n. 493 al n. 512.
3. Per i problemi: a pag. 409 dal n. 666 al n. 680; a pag. 412 dal n. 697 al n. 709; a pag. 414 dal n. 715 al n. 723; e dal n. 725 al n. 734.

# Laboratorio

## per lo sviluppo delle competenze

### Approfondimenti

1. Giustificazione della tecnica delle moltiplicazione tra due frazioni
2. Le frazioni decimali
3. Le potenze negative di 10
4. La struttura polinomiale dei numeri decimali
5. I numeri molto piccoli e la loro notazione scientifica
6. L'ordine di grandezza dei numeri decimali
7. Le percentuali

### Problemi applicativi

1. Problemi di strategia

### Uso di strumenti

1. Excel e le frazioni



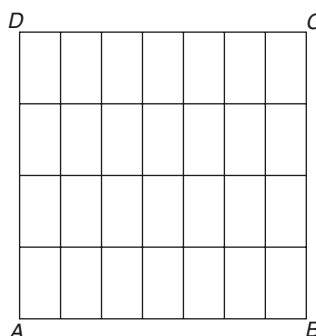
### Approfondimenti

#### 1. Giustificazione della tecnica della moltiplicazione tra due frazioni

È possibile giustificare la regola della moltiplicazione tra due frazioni con l'interpretazione geometrica che ci ha aiutato nella spiegazione della moltiplicazione tra due numeri naturali.

Prendi come esempio la seguente moltiplicazione di frazioni:  $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$

Disegna un quadrato  $ABCD$ . Suddividi la base in 7 segmenti (denominatore della prima frazione) e l'altezza in 4 segmenti (denominatore della seconda frazione). Ottieni un quadrato suddiviso a sua volta in 28 rettangolini.

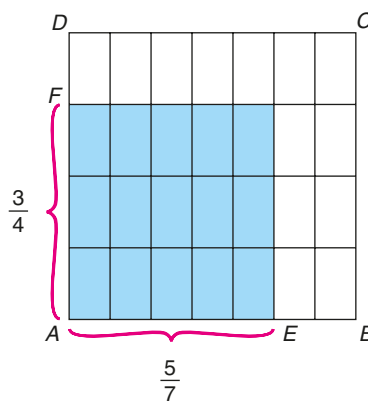


Ritorna al prodotto iniziale:

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$$

Esso indica quale parte di questo quadrato devi considerare. Otterrai infatti un rettangolo con il lato  $AE$  composto da 5 segmenti (numeratore della prima frazione) e il lato  $AF$  composto da 3 segmenti (numeratore della seconda frazione). Come vedi, della superficie del quadrato costituita da 28 rettangolini ne hai considerata una parte corrispondente a 15 rettangolini, cioè  $\frac{15}{28}$ . Infatti, applicando la regola:

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$$



## 2. Le frazioni decimali

Un tipo particolare di frazioni sono le frazioni che hanno per **denominatore 10 o una potenza di 10**:

$$\frac{1}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} \quad \frac{7}{100} = \frac{7}{10^2}$$

$$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} \quad \frac{9}{1000} = \frac{9}{10^3}$$

Queste frazioni sono dette **frazioni decimali**.

Ricordando il significato di frazione e quello di numero decimale, è facile riconoscere le seguenti uguaglianze:

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{3}{10} = 0,3 \quad \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{7}{100} = 0,07 \quad \frac{1}{1000} = 0,001 \quad \frac{9}{1000} = 0,009$$

In effetti  $0,1$  e  $\frac{1}{10}$  sono forme di scrittura differenti che indicano lo stesso valore numerico: un decimo, cioè la decima parte dell'unità.

Così  $0,3$  e  $\frac{3}{10}$  sono forme di scrittura differenti per indicare che l'intero è stato diviso in dieci parti uguali e che di queste parti ne sono state prese tre.

Analogamente  $0,01$  e  $\frac{1}{100}$  indicano la centesima parte dell'unità, mentre  $0,07$  e  $\frac{7}{100}$  indicano che l'intero è stato diviso in cento parti uguali e di queste ne sono state prese sette. E così via.

Una frazione decimale può essere espressa anche in un'altra forma, attraverso l'introduzione delle potenze negative di 10.

### 3. Le potenze negative di 10

L'esponente delle potenze che abbiamo considerato finora è stato sempre un numero naturale. È possibile però anche considerare potenze che hanno come esponente un numero intero negativo.

La **potenza negativa di un numero** è uguale alla frazione che ha per numeratore 1 e per denominatore la stessa potenza, ma con esponente positivo.

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \quad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

**esempio**

Un caso particolarmente interessante è quello delle potenze di 10. Ecco le prime potenze positive e negative di 10:

**potenze positive**

- $10^1 = 10$
- $10^2 = 100$
- $10^3 = 1000$
- $10^4 = 10\ 000$
- ...

**potenze negative**

- $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0,1$
- $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$
- $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$
- $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$
- ...

Considera le potenze negative di 10 riportate nella tabella. Osserva la prima colonna e il valore di ogni potenza. Esiste una corrispondenza facilmente individuabile. Prova a formularla.

Numero	Esponente	Valore della potenza	Posizione della cifra 1 dopo la virgola
$10^{-1}$	-1	0,1	1
$10^{-2}$	-2	0,01	2
$10^{-3}$	-3	0,001	3
$10^{-4}$	-4	0,0001	4
...	...	...	...
$10^{-n}$	-n	0,0...1	n

Il valore di una potenza negativa di 10 che ha per esponente  $-n$  è uguale a un numero decimale in cui la cifra 1 si trova dopo la virgola in  $n^{ma}$  (*ennesima*) posizione.



check point 

Completa seguendo l'esempio.

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$10^{-1} = \dots\dots\dots$$

$$10^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$10^{-4} = \dots\dots\dots$$

$$10^{-5} = \dots\dots\dots$$

$$10^{-6} = \dots\dots\dots$$

#### 4. La struttura polinomiale dei numeri decimali

Nella UA 4 hai visto come si possono utilizzare le potenze positive di 10 per esprimere la struttura polinomiale dei numeri naturali. Ecco i due esempi che avevamo considerato:

$$\begin{aligned} 3254 &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 5 \times 10 + 4 \times 1 = \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 74\,091 &= 7 \times 10\,000 + 4 \times 1000 + 0 \times 100 + 9 \times 10 + 1 \times 1 = \\ &= 7 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \end{aligned}$$

Ora è possibile prendere in esame anche la struttura polinomiale dei numeri decimali. Basta tenere conto del valore delle successive potenze negative di 10.

$$\begin{aligned} 27,459 &= 2 \times 10 + 7 \times 1 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,01 + 9 \times 0,001 = \\ &= 2 \times 10 + 7 \times 1 + 4 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100} + 9 \times \frac{1}{1000} = \\ &= 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 105,602 &= 1 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times 0,1 + 0 \times 0,01 + 2 \times 0,001 = \\ &= 1 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 2 \times \frac{1}{1000} = \\ &= 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

check point 

Completa seguendo gli esempi indicati.

$$75,068 = 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3}$$

$$413,29 = \dots\dots\dots$$

$$106,815 = \dots\dots\dots$$

$$33,333 = \dots\dots\dots$$

$$960,84 = \dots\dots\dots$$

$$6 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} = 6530,4$$

$$0 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$3 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$6 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$1 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4} = \dots\dots\dots$$



### 5. I numeri molto piccoli e la loro notazione scientifica

Sempre nella UA 4 hai imparato a scrivere i numeri molto grandi in forma più compatta, utilizzando le potenze di 10. Era la cosiddetta **notazione scientifica**, o forma standard, dei numeri naturali:

$$745\ 000 = 7,45 \times 10^5 \qquad 1\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^9$$

In maniera analoga si possono usare le potenze negative di 10 per indicare in notazione scientifica, o forma standard, i numeri molto piccoli, cioè inferiori, anche di molto, allo zero.


$$\begin{array}{lll} 0,1 = 1 \times 10^{-1} & 0,01 = 1 \times 10^{-2} & 0,001 = 1 \times 10^{-3} \\ 0,3 = 3 \times 10^{-1} & 0,07 = 7 \times 10^{-2} & 0,005 = 5 \times 10^{-3} \\ 0,45 = 4,5 \times 10^{-1} & 0,094 = 9,4 \times 10^{-2} & 0,0067 = 6,7 \times 10^{-3} \end{array}$$

Anche in questo caso si può usare una regola pratica. Si scrive la prima cifra significativa poi la virgola, seguita dalle altre cifre significative, quindi si moltiplica per una potenza negativa di 10 il cui esponente è uguale al numero dei posti dopo la virgola che occupa la prima cifra significativa. Dalle due regole pratiche si può ricavare la regola generale:

per indicare un numero in notazione scientifica o in forma standard si scrive la prima cifra significativa del numero seguita dalla virgola e dalle altre cifre significative. Si moltiplica poi per una conveniente potenza di 10 in modo da ottenere lo stesso valore.

**STOP** **ricorda**

In pratica, è bene scrivere la prima cifra significativa, seguita dalla virgola e dalle altre cifre significative e moltiplicare poi per una potenza di dieci con esponente uguale al numero delle cifre scritte dopo la virgola.





Completa la tabella. Segui l'esempio.

**check point**

Numero	Notazione scientifica
0,00035	$3,5 \times 10^{-4}$
0,0000076	.....
0,088	.....
0,004	.....
0,000051	.....

Riscrivi nelle diverse forme. Segui l'esempio.

$0,5 \times 10^{-4}$	$0,5 : 10\ 000$	0,00005
$12,5 \times 10^{-2}$	.....	.....
$4,6 \times 10^{-3}$	.....	.....
$5,3 \times 10^{-4}$	.....	.....
.....	.....	0,00043

## 6. L'ordine di grandezza dei numeri decimali

Le potenze negative di 10 sono anche utili per estendere ai numeri decimali la valutazione dell'ordine di grandezza di un numero.

Consideriamo la dimensione di un virus che è 0,0000094 m. Questa misura, scritta in notazione scientifica, diventa:

**esempio**

$$9,4 \times 10^{-6}$$

Vediamo ora quali sono le potenze di 10 entro cui è compreso tale numero:

$$10^{-6} < 9,4 \times 10^{-6} < 10^{-5}$$

cioè:

$$0,000001 < 0,0000094 < 0,00001$$

Dal momento che  $10^{-5}$  è il valore più vicino a 0,0000094, diremo che  $10^{-5}$  è l'**ordine di grandezza** della dimensione del virus.

Per riepilogare, osserva la tabella.

**STOP ricorda**

L'ordine di grandezza di un numero è la potenza di 10 più vicina a quel numero.



Numero	Potenza di 10 minore	Potenza di 10 maggiore	Ordine di grandezza
0,028	$10^{-2} = 0,01$	$10^{-1} = 0,1$	$10^{-2} = 0,01$
0,0076	$10^{-3} = 0,001$	$10^{-2} = 0,01$	$10^{-2} = 0,01$
0,095	$10^{-2} = 0,01$	$10^{-1} = 0,1$	$10^{-1} = 0,1$
0,000003	$10^{-6} = 0,000001$	$10^{-5} = 0,00001$	$10^{-6} = 0,000001$
0,000081	$10^{-5} = 0,00001$	$10^{-4} = 0,0001$	$10^{-4} = 0,0001$



**check point**

Per ciascuna delle seguenti coppie di potenze di 10, determina il numero equidistante tra le due. Segui l'esempio.

$10^{-3}; 10^{-4}$

$10^{-3} = 0,001$

$10^{-4} = 0,0001$

$(0,0001 + 0,001) : 2 = 0,00055$

$10^{-0}; 10^{-1}$

$10^{-1}; 10^{-2}$

$10^{-2}; 10^{-3}$

$10^{-3}; 10^{-4}$

Inserisci i seguenti numeri al posto giusto nelle successive disuguaglianze.

0,24

0,009

0,011

0,00073

$0,1 < \dots < 1$

$0,01 < \dots < 0,1$

$0,001 < \dots < 0,01$

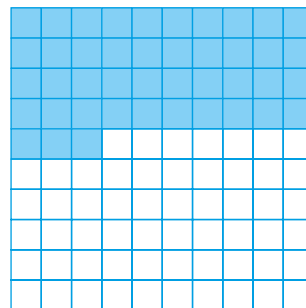
$0,0001 < \dots < 0,001$

## 7. Le percentuali

Un insieme particolare di frazioni decimali è costituito dalle *frazioni che hanno come denominatore 100*. Queste frazioni, oltre a poter essere indicate come numeri decimali, possono anche essere espresse in un altro modo: come *percentuali*.

Osserva il quadrato disegnato qui a fianco, che contiene 100 quadratini. Ne sono stati colorati 43. Si può affermare che *quarantatre quadratini su cento sono stati colorati*.

Hai imparato in questa UA a riassumere tale constatazione sotto forma di frazione. Il numero di quadratini che sono stati colorati è  $\frac{43}{100}$ . Sai anche che questa frazione può essere facilmente trasformata in numero decimale:  $\frac{43}{100} = 0,43$ .



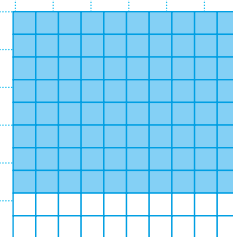
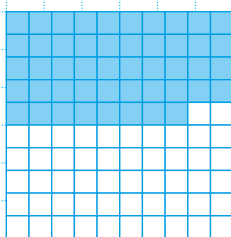
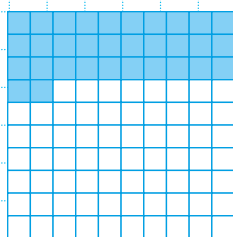
Una situazione come questa può anche essere descritta mediante un'altra forma di scrittura numerica: la **percentuale**. Ecco come:

**43%** significa 43 su 100, cioè  $\frac{43}{100}$ , cioè 0,43



Quale percentuale dei seguenti quadrati è stata colorata?

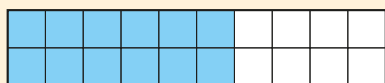
check point



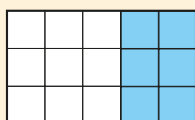
L'uso della forma numerica percentuale è assai diffuso nel mondo finanziario e nel commercio. Di questo parleremo più diffusamente nella UA 8.

Quale percentuale dell'area dei seguenti rettangoli è stata colorata?

esempio



$$\frac{12}{20} = 0,6 = 60\%$$



$$\frac{6}{15} = 0,4 = 40\%$$

## Problemi applicativi

### 1. Problemi di strategia

**Otello (o Reversi) è un gioco di strategia in cui si utilizzano pedine bicolori, cioè bianche su una faccia e nere sull'altra. Un giocatore che ha scelto, per esempio, il bianco, può, con opportune mosse, far diventare bianche, e perciò sue, le pedine nere dell'avversario, rovesciandole. Ovviamente il giocatore che ha scelto il nero può fare altrettanto.**

- 1** A gioco terminato, con tutte le caselle occupate, su una scacchiera regolamentare di  $8 \times 8$ , se Simone occupa i  $\frac{7}{16}$  delle caselle, quale frazione ne occupa l'avversario? Quante pedine sono di Simone e quante del suo avversario?  $\frac{9}{16}$ ; 28 e 36
- 2** A un certo punto della partita, se Nadia ha occupato i  $\frac{9}{32}$  delle caselle e il suo avversario ne ha occupato i  $\frac{5}{16}$ , quante caselle restano ancora vuote? 26
- 3** Quante caselle ha occupato Sabrina in questo momento e quante Federico, se  $\frac{3}{8}$  sono ancora vuote e Sabrina ne ha occupato i  $\frac{2}{3}$  di quante ne occupa Federico? 16; 24
- 4** Dopo la sua ultima mossa, Gloria stava vincendo perché occupava i  $\frac{5}{16}$  della scacchiera e Cristina, sua avversaria, ne occupava  $\frac{1}{8}$ . Ma ora Cristina, aggiungendo una pedina sua, ha ribaltato la situazione, rovesciando 7 pedine di Gloria. Quale frazione della scacchiera occupa ora ciascuna delle due ragazze?  $\frac{13}{64}$ ;  $\frac{1}{4}$
- 5** In una scacchiera non regolamentare, cioè non di  $8 \times 8$ , se a fine partita, con tutte le caselle occupate, Matteo ha 8 pedine più di Marco e Marco ne ha i  $\frac{7}{11}$  di Matteo, di quante caselle è il lato della scacchiera? 6 × 6

***Durante lo svolgimento di un gioco di simulazione, consistente nel confezionare sacchetti di carta per poi trarne uno studio sui tempi di lavoro e ipotetici guadagni, si sono verificate alcune situazioni che ti chiediamo di quantificare.***

- 6** Gli allievi della II B hanno confezionato in tutto 224 sacchetti. Davide ne ha prodotto da solo i  $\frac{3}{32}$  del totale. Ramona, nonostante avesse un dito ingessato, è riuscita a realizzarne  $\frac{1}{3}$  di quelli di Davide. Quanti ne ha confezionati ciascuno? E Giorgio, che ne ha fabbricato un numero pari alla media tra le due produzioni di Ramona e di Davide, quale frazione del totale ha prodotto? Mattia ne ha confezionato i  $\frac{3}{2}$  di quelli di Elisa e tutti e due insieme ne hanno prodotto

quanto Elena, che con i suoi 30 sacchetti è stata una delle più efficienti. Quanti sono i sacchetti di Mattia? E di Elisa?

**Davide: 21; Ramona: 7; Giorgio:  $\frac{1}{16}$ ; Mattia: 18; Elisa: 12**

- 7** Nella III B non tutti hanno lavorato per lo stesso tempo: si sono formati 3 gruppi di 6 allievi ciascuno e il gruppo di Chiara ha partecipato al gioco per  $\frac{2}{3}$  dell'ora a disposizione per questa attività, mentre i gruppi di Mirco e di Serena hanno lavorato rispettivamente per mezz'ora e per  $\frac{3}{4}$  d'ora. Anche il ritmo di lavoro è stato diverso: per il gruppo di Chiara la media è stata di 24 sacchetti all'ora a testa, per il gruppo di Mirco di 22 all'ora e per il gruppo di Serena di 16. Quanti sacchetti sono stati prodotti in tutto? **234 sacchetti**
- 8** Nella III C il gruppo di Valentina (Valentina, Bruno e Carlo) ha deciso di far impazzire i compagni. Alla domanda: "Quanti sacchetti avete fatto, in tutto, voi tre?", Valentina ha risposto: "Ne ho fatti  $\frac{5}{2}$  di quelli di Bruno o, se preferisci,  $\frac{5}{6}$  di quelli di Carlo e tra Bruno e Carlo c'è stata una differenza di 20". Quanti sacchetti ha prodotto in tutto il gruppo di Valentina? **65 sacchetti**

*Un altro gioco di simulazione è Arraffa il grano, che si svolge su un percorso simile al gioco dell'oca. Vengono distribuite carte a "alto" o a "basso reddito", in quanto i giocatori rappresentano paesi del mondo più o meno privilegiati nel commercio internazionale.*

- 9** Lorenzo aveva, all'inizio del terzo giro, 15 milioni di dollari. Ne ha spesi  $\frac{2}{5}$  per l'acquisto di un contrassegno del grano, poi  $\frac{2}{3}$  di quanto gli era rimasto per l'acquisto di un secondo contrassegno, infine è capitato tre volte su caselle delle compagnie di altri giocatori, a ciascuno dei quali ha dovuto pagare il pedaggio di un milione. Quanto gli è rimasto? **nulla**
- 10** Quanti contrassegni del grano occorreranno a Francesca per prendere 3 contrassegni della mucca, se al tavolo a cui gioca lei il contrassegno del grano è stato valutato  $\frac{3}{5}$  di quello della mucca? **5 contrassegni**
- 11** Francesco alla fine del secondo giro non aveva più denaro: aveva speso prima la metà, poi  $\frac{1}{3}$  del suo capitale iniziale in acquisti di contrassegni del grano, e gli ultimi € 1032 per pagare il petrolio. Quanto possedeva inizialmente? **€ 6192**

- 12** Al termine del primo giro Fausto non è riuscito a comperare un contrassegno del grano. Viene penalizzato con la perdita dei  $\frac{2}{5}$  del capitale che possiede. Ma, passando subito alla casella del via, riceve dalla banca 5 milioni di dollari. Ha così ora 6 500 000 dollari. Quanto possedeva prima della penalizzazione? **2 500 000 dollari**
- 13** Al tavolo di Andrea la banca acquista i contrassegni del grano pagandoli ai giocatori a basso reddito i  $\frac{2}{3}$  del prezzo che paga ai giocatori ad alto reddito. Manuela e Sara, entrambe a basso reddito, vendono ciascuna un contrassegno alla banca e così pure Marcella, ad alto reddito. La banca paga in tutto € 7210. Quanto vengono valutati i contrassegni ai giocatori ad alto reddito? E a quelli a basso reddito? **€ 3090; € 2060**

## Uso di strumenti



### 1. Excel e le frazioni

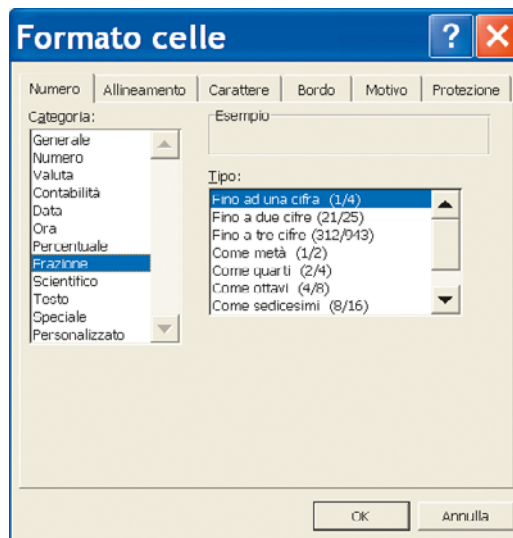
Prova a scrivere in una cella qualsiasi di un foglio di lavoro la frazione  $\frac{1}{2}$ , utilizzando la linea di frazione che si trova nella tastiera sopra il numero 7, oppure quella del tastierino numerico.

Se premi **Invio** vedrai che il foglio interpreta il dato non come un numero, ma come una data. È comunque possibile scrivere le frazioni nelle celle, ma prima occorre dare loro il formato **Frazione**, dalla finestra **Formato celle** cui si accede dal menu **Formato**, opzione **Celle**.

I primi tre possibili formati variano per il numero di cifre che possono comparire a denominatore o a numeratore, gli altri trasformano il dato immesso in frazioni equivalenti con denominatore 2, 4, 8, 16, o in frazioni decimali.

Il foglio di lavoro non ti permette solo di scrivere le frazioni: nelle celle a cui è applicato il formato **Frazione** qualsiasi numero decimale sarà trasformato in frazione automaticamente, mentre nella barra della formula resterà visibile il dato così come è stato digitato, in forma decimale. Excel applica però degli arrotondamenti, che dipendono dal formato applicato. Supponiamo, per esempio, di voler trasformare in frazione il numero 0,31. Sappiamo che la frazione corrispondente è  $\frac{31}{100}$ .

Se però digitiamo 0,31 in una cella a cui è stato applicato il formato **Frazione** fino a una cifra, il foglio scriverà  $\frac{1}{3}$ , arrotondando il risultato alla frazione più vicina che abbia una sola cifra a denominatore. Se



applichiamo invece il formato fino a due cifre, per lo stesso motivo, il numero sarà visualizzato come 22/71. Perché sia visualizzato 31/100 dovremo applicare il formato fino a tre cifre.

**attenzione**

Excel non accetta frazioni non ridotte ai minimi termini, frazioni improprie o frazioni apparenti, ma le riduce o le trasforma automaticamente in numeri interi o misti. Il risultato che verrà visualizzato nella cella dipenderà comunque sempre dal formato che è stato applicato alla cella.



**Esercizi e attività**

- 1 Applica a un nuovo foglio di lavoro il formato **Frazione** fino a due cifre e utilizzalo per risolvere gli esercizi da 118 a 125, pagina 372.
- 2 Applica a un nuovo foglio di lavoro il formato **Frazione** fino a due cifre e utilizzalo per risolvere gli esercizi da 128 a 131, pagina 372.
- 3 Applica a un nuovo foglio di lavoro il formato **Frazione** fino a tre cifre e utilizzalo per risolvere gli esercizi da 208 a 212, pagina 378.

4 Excel consente di **ordinare i dati** posti in celle contigue, disponendoli in ordine crescente o decrescente. Questa procedura si può utilizzare anche per ordinare frazioni. Apri un nuovo foglio di lavoro e applica a tutto il foglio il formato **Frazione** fino a due cifre. Ora, nell'intervallo A1:A7 scrivi le seguenti frazioni, una per ogni cella: 1/10, 1/8, 7/15, 1/3, 1/4, 19/34, 1/2. Seleziona una cella qualsiasi dell'intervallo e clicca

	A5		f	0,4666666666666667		
	A	B	C	D	E	
1	1/10					
2	1/8					
3	1/4					
4	1/3					
5	7/15					
6	1/2					
7	19/34					
8						

sul pulsante **Ordinamento crescente**: l'elenco sarà ordinato all'istante.

Allo stesso modo funziona il pulsante **Ordinamento decrescente**.

Ora copia in celle contigue le frazioni degli esercizi da 227 a 236 di pagina 379 e ordinale in modo crescente.

**attenzione**

La funzione **Ordina** non si utilizza solo con i numeri ma anche con testi, che vengono disposti da Excel in *ordine alfabetico*, crescente o decrescente.

